Capítulo 16

Varada

La varada supone un desequilibrio entre el peso del barco y el empuje que recibe del agua en la que flota. Este equilibrio se restablece al aparecer una determinada reacción del fondo (R), que junto con el empuje restante equilibran el peso del buque.

Normalmente, el análisis de la varada es muy complejo, pues es difícil determinar la zona donde se produce la reacción del fondo y su extensión, por lo que en muchos casos no se podrá precisar un punto en concreto y tampoco se podrá precisar con exactitud si el buque tiene libertad para "buscar" flotabilidad cambiando su asiento o escora. En los ejercicios que se van a resolver se considera que la varada se aplica en un punto determinado.

En la figura 16.1 puede verse una varada a lo largo de la quilla, por ejemplo, sobre un playa o similar, y también la igualdad entre vectores antes y después de la varada. La reacción (R) sumada al empuje final (E') equilibra todo el peso del buque (Δ). La flotación de trazo discontinuo es la inicial y la de trazo continuo es la flotación final tras la bajada de la marea.

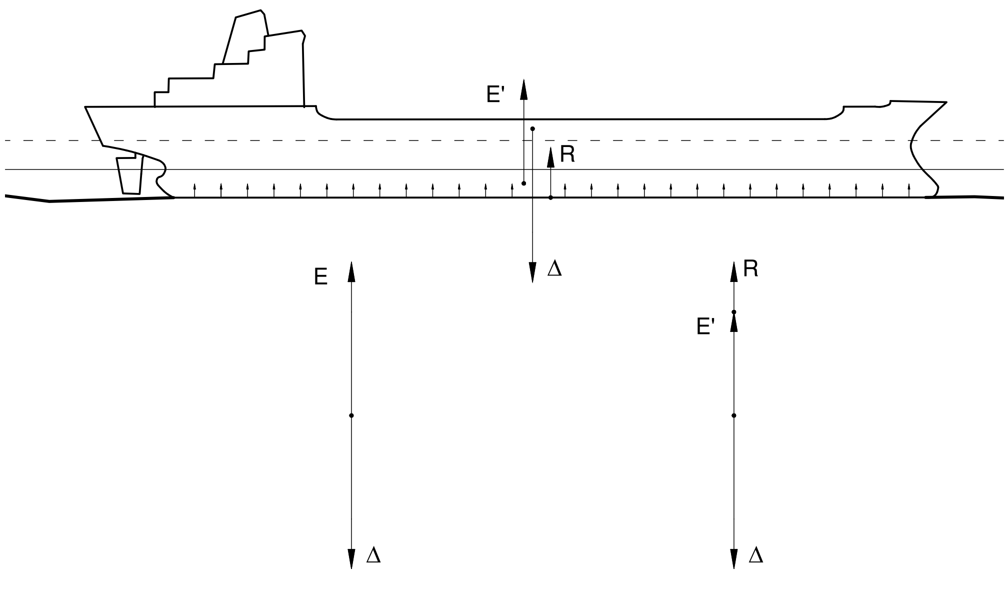

Figura 16.1: Reacción y nuevo equilibrio.

Para la determinación de la reacción se puede escribir:

$$\begin{aligned}
\Delta &= E \\
\Delta &= E' + R \\
\Delta &= \nabla'.\gamma + R \\
\Delta - (\nabla'.\gamma + R) &= 0 \\
\nabla.\gamma - (\nabla'.\gamma + R) &= 0 \\
\nabla.\gamma - \nabla'.\gamma - R &= 0 \\
\gamma.(\nabla - \nabla') - R &= 0 \\
R &= -\gamma.\lambda\nabla
\end{aligned}$$

Que es exactamente el peso de la rebanada. Aplicando la fórmula del incremento de calado (4.6):

$$\boldsymbol{R = -\lambda C.100.Tcm^{-1}} \tag{16.1}$$

Siendo:

Δ**:** Desplazamiento del buque, invariable en toda la varada.

E**:** Empuje antes de la varada.

E'**:** Empuje después de la varada al bajar la marea.

R**:** Reacción del fondo.

∇**:** Volumen de carena antes de la varada.

∇'**:** Volumen de carena después de la varada al bajar la marea.

$\lambda\nabla$**:** Diferencia de volúmenes de carena.

λC**:** Diferencia de calados.

16.1. Varada en la sección que contiene a F

Varada del buque tipo E en la vertical de F

Problema 114. El BTE se encuentra varado en la vertical de F. Antes de la varada se encontraba en aguas iguales y con un calado de 5 metros, siendo: $KG = 6{,}50$ m. Determinar con que bajada de marea pierde su estabilidad transversal.

La varada en la vertical del centro de gravedad de la superficie de flotación genera grandes reacciones, pues el barco no puede modificar su asiento ni su inclinación para adaptarse y buscar flotación por otra zona del buque. La bajada de la marea provoca flotaciones paralelas a la inicial. En la figura 16.2 puede verse cual es el brazo adrizante en el caso de una bajada de la marea que provoque la aparición de la reacción R.[1]

Tomando momentos con respecto a G se puede obtener el momento adrizante (M_{ad}):

[1] Se va a operar con valor positivo aunque, realmente es análoga a una descarga.

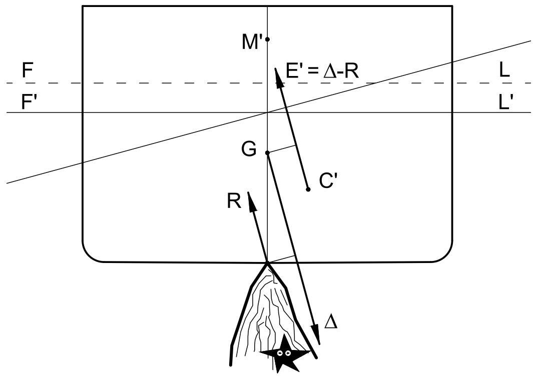

Figura 16.2: Reacción y brazo adrizante.

$$M_{ad} = (\Delta - R).GM'.\operatorname{sen}\theta - R.KG.\operatorname{sen}\theta$$
$$M_{ad} = \operatorname{sen}\theta.(E'.GM' - R.KG)$$
$$M_{ad} = \operatorname{sen}\theta.(E'(KM' - KG) - (\Delta - E').KG)$$
$$M_{ad} = \operatorname{sen}\theta.(E'.KM' - \Delta.KG)$$
$$M_{ad} = \operatorname{sen}\theta.\Delta.\left(\frac{E'.KM'}{\Delta} - KG\right)$$

El momento adrizante se anulará cuando el paréntesis de la fórmula sea igual a cero:

$$\left(\frac{E'.KM'}{\Delta} - KG\right) = 0$$

$$\left(\frac{(\Delta - R).KM'}{\Delta} - KG\right) = 0$$

Para saber a que calado corresponde este caso de anulación de la estabilidad se puede emplear un gráfico de la forma que muestra la figura 16.3. [13]

Se trata de dibujar una nueva curva con el valor de $\frac{E'.KM'}{\Delta}$, y donde corte la recta vertical con el valor de KG se obtiene el calado al que se anula la estabilidad.

Ya se puede resolver el problema. Calculando para varios calados:[2]

Para 4,5 metros de calado:

$$R = -\lambda C.100.Tcm^{-1} = -(C_f - C_i).100.Tcm^{-1} = -(4{,}5 - 5) \times 100 \times 15{,}43 = 771{,}5 \text{ t}$$

El valor: $Tcm^{-1} = 15{,}43$ corresponde al calado intermedio de la rebanada, es decir:

$$C = \frac{C_f + C_i}{2} = \frac{4{,}5 + 5}{2} = 4{,}75 \text{ m} \rightarrow Tcm^{-1} = 15{,}43 \text{ t/cm}$$

$$\frac{(\Delta - R).KM'}{\Delta} = \frac{(6\,929{,}5 - 771{,}5) \times 7{,}59}{6\,929{,}5} = 6{,}75 \text{ m}$$

Aún no se ha anulado la estabilidad, pues el resultado es mayor que el valor de KG. Hay que seguir aproximándose.

[2]La hoja de cálculo Excel puede ayudar mucho en la solución de este problema.

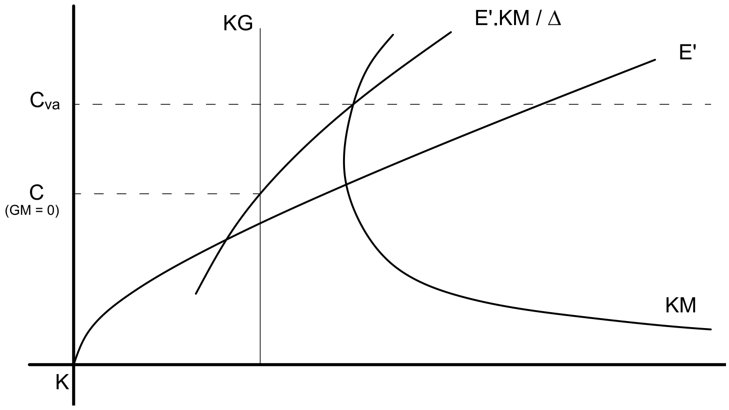

Figura 16.3: Calado al que se anula la estabilidad.

Para 4,2 metros de calado:

$$R = -\lambda C.100.Tcm^{-1} = -(C_f - C_i).100.Tcm^{-1} = -(4{,}2 - 5) \times 100 \times 15{,}33 = 1\,226{,}2 \text{ t}$$

$$\frac{(\Delta - R).KM'}{\Delta} = \frac{(6\,929{,}5 - 1\,226{,}2) \times 7{,}78}{6\,929{,}5} = 6{,}4 \text{ m}$$

Para este calado ya hay estabilidad negativa, luego el resultado está entre 4,2 y 4,5 metros. En la figura 16.4 puede verse el punto de corte que da el resultado. Este punto corresponde al calado: $C = 4{,}29$ m. En la tablas 16.1 y 16.2 se muestran los cálculos, los cuales se resolvieron con una hoja de cálculo.

Tabla 16.1: Cálculo del efecto de la reacción.

Calado	R	$\frac{E'.KM}{\Delta}$
4,90	155,79	7,24
4,80	310,83	7,11
4,70	465,14	6,99
4,60	618,73	6,86
4,50	771,62	6,74
4,40	923,82	6,63
4,30	1075,36	6,51
4,20	1226,23	6,40
4,10	1376,46	6,29
4,00	1526,06	6,18

Comprobando para 4,29 m de calado:

$$R = -\lambda C.100.Tcm^{-1} = -(C_f - C_i).100.Tcm^{-1} = -(4{,}29 - 5) \times 100 \times 15{,}36 = 1\,090{,}6 \text{ t}$$

$$\frac{(\Delta - R).KM'}{\Delta} = \frac{(6\,929{,}5 - 1\,090{,}6) \times 7{,}72}{6\,929{,}5} = 6{,}5 \text{ m}$$

Tabla 16.2: Valores próximos al resultado.

Calado	R	$\frac{E'.KM}{\Delta}$
4,32	1045,10	6,54
4,31	1059,99	6,52
4,30	1075,36	6,51
4,29	1090,23	**6,50**
4,28	1105,58	6,49
4,27	1120,43	6,48
4,26	1135,78	6,47

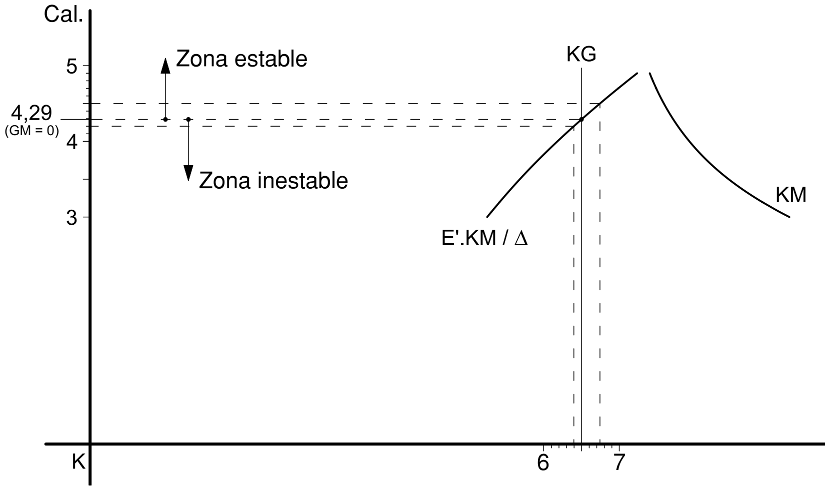

Figura 16.4: Calado (4,29 m) al que se anula la estabilidad.

Como resultado se puede decir que, cuando baje la marea 0,71 m, que es la diferencia entre 5 y 4,29 m de calado, la estabilidad se anulará.[3] Este problema pone de manifiesto lo peligroso que puede ser un barco que ha varado.

Se puede llegar al mismo resultado con el siguiente planteamiento:

Considerando que la reacción R genera un movimiento del centro de gravedad del buque G, tal y como muestra la figura 16.5:

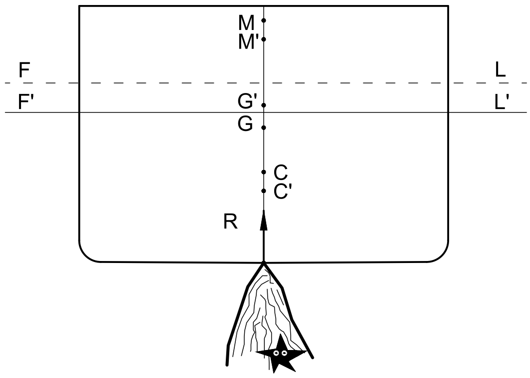

Figura 16.5: Movimientos que genera la varada.

$$G'M' = KM' - KG'$$

$$KG' = KG + GG'$$

Al ser:

$$GG' = \frac{P.(kg - KG)}{\Delta - P}$$

Pero P es negativo, con lo que se cambia el signo a KG al sustituir kg por cero y operar:

$$GG' = \frac{R.KG}{\Delta - R}$$

$$G'M' = KM' - \left(KG + \frac{R.KG}{\Delta - R}\right)$$

$$G'M' = KM' - \left(\frac{\Delta.KG - R.KG + R.KG}{\Delta - R}\right)$$

$$G'M' = KM' - \left(\frac{\Delta.KG}{\Delta - R}\right)$$

La estabilidad se anulará con $G'M' = 0$

$$KG' = KM' = \frac{\Delta.KG}{\Delta - R} = \frac{\Delta.KG}{E'}$$

Haciendo aproximaciones, tal y como se hizo anteriormente, se puede dibujar la siguiente figura: En las tablas 16.3 y 16.4 se muestran los cálculos.

[3] Este estudio corresponde a la estabilidad inicial. Para grandes ángulos de inclinación puede haber una flotación de equilibrio gracias al movimiento que experimenta el centro de carena con la inclinación, pero también la estabilidad a grandes ángulos se verá afectada.

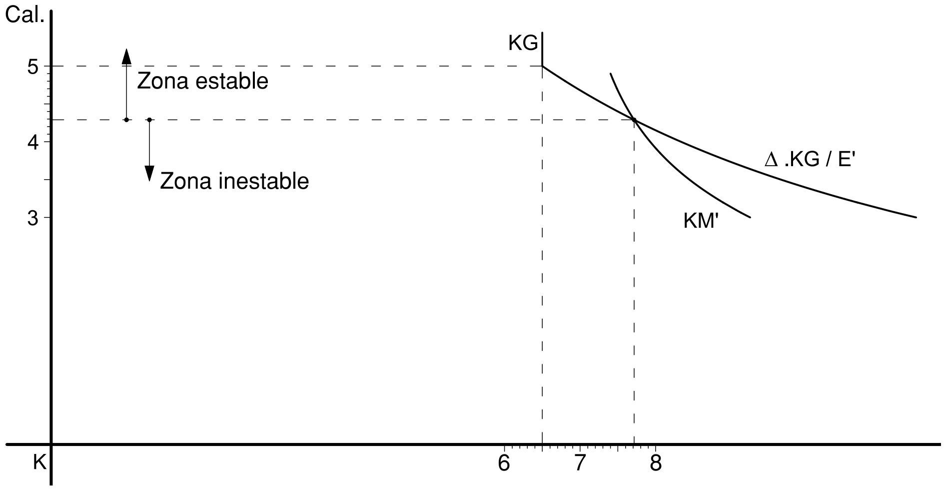

Figura 16.6: Determinación del calado que anula la estabilidad.

Tabla 16.3: Cálculos del método adicional

Calado	R	$\frac{\Delta.KG}{E'}$
4,90	155,79	6,65
4,80	310,83	6,81
4,70	465,14	6,97
4,60	618,73	7,14
4,50	771,62	7,31
4,40	923,82	7,50
4,30	1075,36	7,69
4,20	1226,23	7,90
4,10	1376,46	8,11
4,00	1526,06	8,34

Tabla 16.4: Valores próximos al resultado

Calado	R	$\frac{\Delta.KG}{E'}$
4,32	1045,10	7,65
4,31	1059,99	7,67
4,30	1075,36	7,69
4,29	1090,23	**7,71**
4,28	1105,58	7,73
4,27	1120,43	7,75
4,26	1135,78	7,77

Varada del buque tipo E fuera de la vertical de F

Problema 115. El BTE se encuentra varado en la sección que contiene a $\boldsymbol{F}$ pero fuera de su vertical, en un punto de coordenada tansversal: $\text{Ł}g = 4$ m. Antes de la varada se encontraba en aguas iguales y con un calado de 5 metros, siendo: $\boldsymbol{KG} = 6{,}50$ m. Determinar su escora si el calado medio se ha reducido en 10 cm y, posteriormente, calcular la reacción sobre el fondo al escorar 9°.

Cuando un buque vara en esta condición, al bajar la marea se produce una escora a la banda contraria a la de la varada. Debido a este motivo, la reacción del fondo no es tan grande como cuando se vara en la vertical de F. La reacción del fondo dependerá de la estabilidad transversal, del mismo modo que cuando se descarga un peso de una banda, y el efecto producido será inversamente proporcional a la altura metacéntrica GM_c, tal y como indica la fórmula de la estabilidad inicial. También dependerá de la distancia que baje la marea.

La determinación de la reacción R puede hacerse a través de la variación del calado en F, tomando las lecturas del calado en el medio de ambas bandas y comparándolo con el anterior a la varada para poder usar la fórmula (16.1), aunque este es un método aproximado. En la figura 16.7 puede verse la varada y posterior bajada de la marea de una gabarra. Si debido a una estabilidad casi nula, la reacción del fondo hubiera sido muy pequeña debido a que el barco no se opone a que escore, la nueva flotación tras la bajada de la marea hubiera pasado por el punto F de la gabarra con escora. Pero al existir la reacción R se produce una emersión (λC) y la nueva flotación tiene su centro en el punto F'.

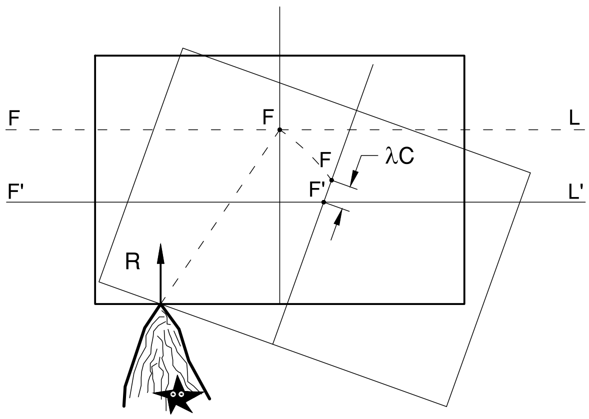

Figura 16.7: Escora de una gabarra al varar.

También puede conocerse la reacción R a través del propio ángulo que va escorando el buque, en una relación que se obtiene a través del siguiente desarrollo, según la figura 16.8.

Tomando momentos con respecto a G:

$$R.\text{Ł}g.\cos\theta + R.KG.\operatorname{sen}\theta = (\Delta - R).GM'.\operatorname{sen}\theta$$

Para la obtención de R, tras dividir la ecuación por $\operatorname{sen}\theta$:

$$R.\text{Ł}g.\operatorname{cotg}\theta + R.KG = \Delta.GM' - R.GM'$$

$$R.\text{Ł}g.\operatorname{cotg}\theta + R.GM' + R.KG = \Delta.GM'$$

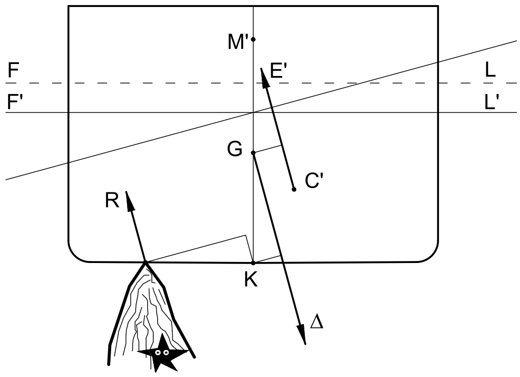

Figura 16.8: Reacción y escora.

$$R.\text{Ł}g.\operatorname{cotg}\theta + R.KM' = \Delta.GM'$$

$$R.(\text{Ł}g.\operatorname{cotg}\theta + KM') = \Delta.GM'$$

$$R = \frac{\Delta.GM'}{\text{Ł}g.\operatorname{cotg}\theta + KM'}$$

Siendo $\text{Ł}g$ la coordenada transversal del punto de varada.

Para la obtención de la escora al conocerse la reacción, partiendo de la misma fórmula, agrupando los dos $\operatorname{sen}\theta$ y sacando factor común $\Delta - R$:

$$R.\text{Ł}g.\cos\theta + R.KG.\operatorname{sen}\theta = (\Delta - R).GM'.\operatorname{sen}\theta$$

$$R.\text{Ł}g.\cos\theta = (\Delta - R).GM'.\operatorname{sen}\theta - R.KG.\operatorname{sen}\theta$$

$$R.\text{Ł}g.\cos\theta = ((\Delta - R).GM' - R.KG)\cdot\operatorname{sen}\theta$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{R.\text{Ł}g}{(\Delta - R).GM' - R.KG}$$

Ya se puede resolver el problema. Para calcular la escora al bajar el calado medio 10 cm, primero hay que obtener la reacción sobre el fondo R y la altura metacéntrica (GM') en la nueva flotación:

$$R = -\lambda C.100.Tcm^{-1} = -(-0{,}10) \times 100 \times 15{,}58 = 155{,}8 \text{ t}$$

$$GM' = KM' - KG = 7{,}40 - 6{,}5 = 0{,}90 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{R.\text{Ł}g}{(\Delta - R).GM' - R.KG} = \frac{155{,}8 \times 4}{(6929{,}5 - 155{,}8) \times 0{,}90 - 155{,}8 \times 6{,}50} = 0{,}1226$$

$$\boxed{\theta = 7^\circ}$$

El cálculo de la reacción cuando el barco escore 9° se va a hacer indirectamente en la tabla 16.5. La primera y la última columna indican la disminución del calado medio, pero la última está calculada a través de la fórmula de la reacción que se ha visto en este problema y después aplicando la fórmula (16.1). El lugar donde ambas columnas coinciden corresponde al lugar donde se produce esa escora de 9°.[4]

[4]En la medida que las inclinaciones se alejan del ámbito de la estabilidad inicial, los cálculos no son fiables.

Tabla 16.5: Cálculo indirecto de la reacción para 9° de escora.

λC	C_f	KM'	GM'	R	Tcm^{-1}	λC
$C_i - C_f$				$\frac{\Delta . GM'}{\not{C} g . \operatorname{cotg}\theta + KM'}$		$R \rightarrow$
0,01	4,99	7,370	0,870	184,7	15,61	0,118
0,02	4,98	7,373	0,873	185,5	15,61	0,119
0,03	4,97	7,377	0,877	186,2	15,60	0,119
0,04	4,96	7,381	0,881	187,0	15,60	0,120
0,05	4,95	7,384	0,884	187,8	15,59	0,120
0,06	4,94	7,388	0,888	188,5	15,59	0,121
0,07	4,93	7,392	0,892	189,3	15,59	0,121
0,08	4,92	7,396	0,896	190,1	15,59	0,122
0,09	4,91	7,400	0,900	190,9	15,58	0,123
0,10	4,90	7,404	0,904	191,7	15,58	0,123
0,11	4,89	7,407	0,907	192,5	15,57	0,124
0,12	**4,88**	7,411	0,911	**193,3**	15,57	**0,124**
0,13	**4,87**	7,415	0,915	**194,2**	15,56	**0,125**
0,14	4,86	7,419	0,919	195,0	15,56	0,125
0,15	4,85	7,424	0,924	195,8	15,56	0,126
0,16	4,84	7,428	0,928	196,7	15,56	0,126
0,17	4,83	7,432	0,932	197,5	15,55	0,127
0,18	4,82	7,436	0,936	198,4	15,55	0,128
0,19	4,81	7,440	0,940	199,3	15,54	0,128
0,20	4,80	7,444	0,944	200,2	15,54	0,129

16.2. Varada fuera de la sección que contiene a F

Varada del buque tipo E en un punto cualquiera de la quilla

<u>Problema 116</u>. **El BTE se encuentra varado en un punto de quilla con $\otimes g = -30$ m. Antes de la varada se encontraba con un calado de 5 metros y tenía un asiento apopante de 0,60 m. Determinar sus nuevos calados al bajar la marea medio metro.**

La reacción que ejerce el fondo sobre el casco, en este tipo de varada, puede calcularse en función de los cambios experimentados por los calados, por lo que, conocida la condición inicial y tras leer los nuevos calados, se puede conocer la reacción, al ser esta la diferencia entre los dos desplazamientos.

El momento unitario (M_u) es un indicador de la estabilidad longitudinal, por lo que un determinado cambio de calados en cualquier zona de la eslora del buque puede usarse para calcular la reacción del fondo. El cambio de calado en la zona de la varada, al conocerse la distancia a la que está de F, puede relacionarse con la alteración sufrida en las cabezas, la cual está relacionada a su vez con el momento unitario M_u. Esto será más fiable en la medida en que el punto de la varada esté alejado de F. En caso contrario, será mejor trabajar con ambos calados, tal y como se ha comentado en el párrafo anterior.

En la figura 16.9 puede verse un barco que ha sufrido una varada en un punto de la quilla, a proa de la sección media. Las dos líneas paralelas representan las flotaciones inicial y final, pero sin el efecto de la alteración, es decir, las flotaciones separadas por la diferencia de calados debida a la emersión por la reacción. Posteriormente, se puede ver la alteración en el punto de la varada, la cual tendrá su reflejo en los calados finales de las cabezas.

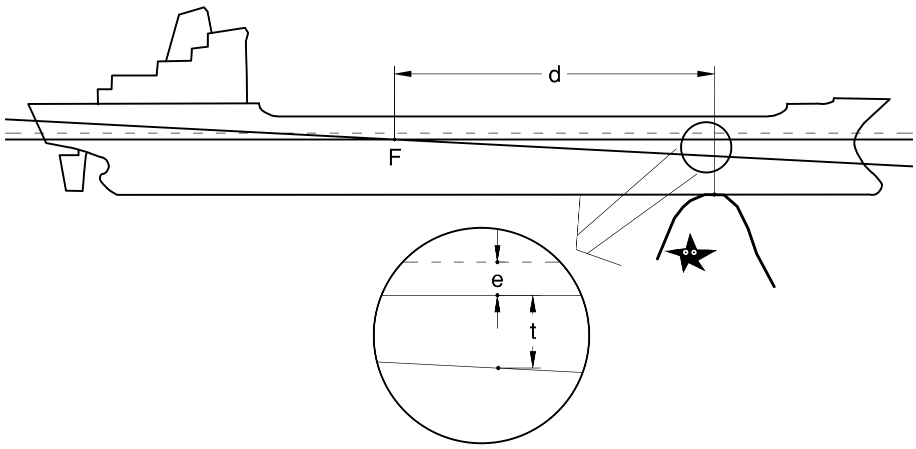

Figura 16.9: Varada en un punto de proa.

El valor del segmento e es exactamente el valor de la emersión o incremento de calados hidrostáticos, y se calcula a través de la fórmula (16.1), por lo que se puede escribir:[5]

$$|e| = e = \frac{R}{100.Tcm^{-1}}$$

El valor del segmento t es la alteración en el punto de varada, que depende de la estabilidad longitudinal, véase el problema núm. 91, y será proporcional a la alteración total (a) sufrida por la flotación del barco. Tanto e como t se van a considerar positivas, por lo que se podrá escribir:

[5] La reacción R se considera positiva en la resolución de los problemas de este capítulo.

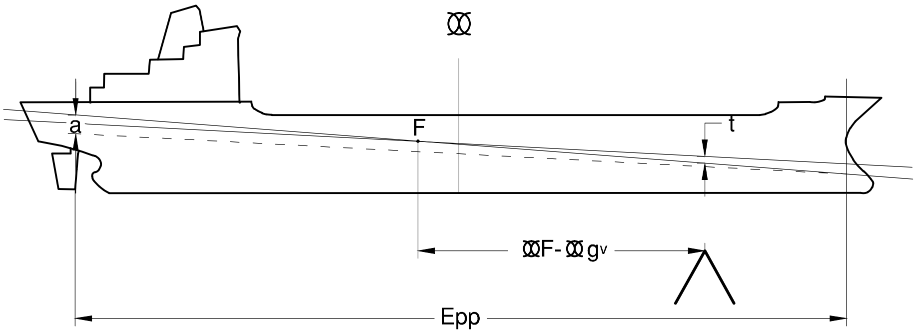

Figura 16.10: Alteración apopante en el punto de varada.

$$\frac{t}{d} = \frac{a}{E_{pp}}$$

El valor de a se obtiene a través de la fórmula (13.21) y d es la distancia longitudinal entre el punto de varada y F que, para ponerlo en positivo, es: $(\otimes F - \otimes g_v)$, por lo que:

$$|t| = t = \frac{|a|.d}{E_{pp}} = \frac{|a|.(\otimes F - \otimes g_v)}{E_{pp}}$$

$$|a| = a = \frac{R.(\otimes F - \otimes g_v)}{100.M_u}$$

Juntando ambas fórmulas se obtiene:

$$t = \frac{R.(\otimes F - \otimes g_v)^2}{100.M_u.E_{pp}}$$

La bajada de la marea en el punto de varada es la suma de los dos segmentos: e y t, por lo que:

$$b = e + t = \frac{R}{100.Tcm^{-1}} + \frac{R.(\otimes F - \otimes g_v)^2}{100.M_u.E_{pp}}$$

Despejando R se obtiene:

$$\boldsymbol{R = \frac{b.100.Tcm^{-1}.E_{pp}.M_u}{E_{pp}.M_u + Tcm^{-1}.(\otimes F - \otimes g_v)^2}} \tag{16.2}$$

Conocido el valor de la reacción, este se puede tratar como si fuera la descarga de un peso y obtener le emersión y la alteración para calcular los calados finales.

Ya se puede resolver el problema. La reacción, tras obtener los parámetros con el calado inicial, será:[6]

$$R = \frac{0{,}50 \times 100 \times 15{,}62 \times 110 \times 97{,}96}{110 \times 97{,}96 + 15{,}62 \times (-0{,}19 - (-30))^2} = 341{,}3 \text{ t}$$

La emersión previa se puede calcular a través de (16.1):

[6]Para un calado de 5 metros, en este buque, el valor de $\otimes F$ es casi nulo, por lo que habrá coincidencia entre el calado hidrostático y el calado medio.

$$\lambda C = \frac{-R}{100.Tcm^{-1}} = \frac{-341{,}3}{100 \times 15{,}62} = -0{,}219 \text{ m}$$

Para una mayor precisión se calcula una nueva emersión con los datos de la flotación intermedia:[7]

$$\lambda C = \frac{-R}{100.Tcm^{-1}} = \frac{-341{,}3}{100 \times 15{,}53} = -0{,}22 \text{ m}$$

Para el cálculo de la alteración y calados finales se va a usar el mismo procedimiento que el seguido en el problema núm. 91, en el que se usaron los parámetros de la flotación intermedia:

$$a = \frac{-R.(\otimes g - \otimes F)}{100.M_u} = \frac{-341{,}3 \times (-30 - (-0{,}31))}{100 \times 96{,}91} = 1{,}05 \text{ m}$$

El reparto de la alteración es el siguiente:[8]

$$a_{pp} = \frac{a.\left(\frac{E_{pp}}{2} - \otimes F\right)}{E_{pp}} = \frac{1{,}05 \times \left(\frac{110}{2} - (-0{,}44)\right)}{110} = 0{,}53 \text{ m}$$

$$a_{pr} = a - a_{pp} = 1{,}05 - 0{,}53 = 0{,}52 \text{ m}$$

Los calados iniciales se calculan fácilmente pues, al ser el calado hidrostático igual al calado medio, a este último se la aplica la mitad del asiento. Al ser el asiento inicial apopante, se sumarán 30 cm al de popa y se restarán 30 cm al de proa, por lo que:

$$C_{pp_i} = 5 + 0{,}30 = 5{,}30 \text{ m}$$

$$C_{pr_i} = 5 - 0{,}30 = 4{,}70 \text{ m}$$

Los calados finales serán los siguientes:

$$\begin{array}{ccrccr}
C_{pp_i} & = & 5{,}30 \text{ m} & C_{pr_i} & = & 4{,}70 \text{ m} \\
\lambda C & = & -0{,}22 \text{ m} & \lambda C & = & -0{,}22 \text{ m} \\
a_{pp} & = & 0{,}53 \text{ m} & -a_{pr} & = & -0{,}52 \text{ m} \\
\hline
\boldsymbol{C_{pp_f}} & = & \mathbf{5{,}61} \text{ m} & \boldsymbol{C_{pr_f}} & = & \mathbf{3{,}96} \text{ m} \\
\hline
\end{array}$$

Es importante recordar que, por fórmula, la alteración de popa se sumará al calado de popa y la alteración de proa se restará del calado de proa, pero al final, la operación dependerá también del signo propio de la alteración.

Salida de la varada. Varada a proa de *F*

Problema 117. Calcular la cantidad de carga, descarga o traslado que habrá que efectuar, para que el buque del problema anterior pueda salir de la varada.

En el ejercicio anterior ya se calculó la reacción que ejerce el fondo. Una solución es la descarga de una cantidad de carga igual a la reacción, desde la misma posición longitudinal del punto de varada. Al hacer esto, la reacción pasa a ser nula, ya que el buque pasa a tener, por si mismo, los calados que resultan tras la varada, pero sin el efecto de la reacción del fondo. Se podría decir que

[7] Esta flotación será la correspondiente a un calado de: $5 + \lambda C/2 = 5 - 0{,}219/2 = 4{,}89$ m.

[8] En esta parte de cálculo se usa el valor de $\otimes F$ correspondiente a la flotación final.

el buque pasaría a estar tocando ligeramente el fondo. Hay que tener en cuenta que, en todos los ejercicios de este capítulo, se considera que la varada no produce avería en el forro.

Otra opción es la de cargar en la cabeza opuesta a la de la varada. Se trata de generar una alteración que disminuya el calado en la zona de la varada. Esto tiene un inconveniente grave, debido a que el hecho de cargar genera un incremento de calados que va en contra del efecto que se busca.

Otra opción es la de descargar en la cabeza propia de la varada, pero de un punto distinto del de varada.

Por último, se puede hacer un traslado de carga hacia la cabeza contraria de la varada, o también, una combinación de las operaciones anteriores.

En primer lugar, se va a calcular la cantidad de carga a introducir en el buque

Como ya se ha comentado, la carga que se va a introducir a bordo se opone a la emersión de cualquier punto de la quilla, debido al efecto de incremento del calado hidrostático, de tal manera que, la alteración en la zona de la varada deberá ser igual al valor de la bajada de la marea b más el incremento del calado hidrostático, quedando estos dos últimos compensados por la alteración en el punto de varada t. Véase la figura 16.11, donde la línea de trazos representa la flotación inicial y se aplica un peso P en popa, lo que genera un incremento de calados λC y una alteración apopante.

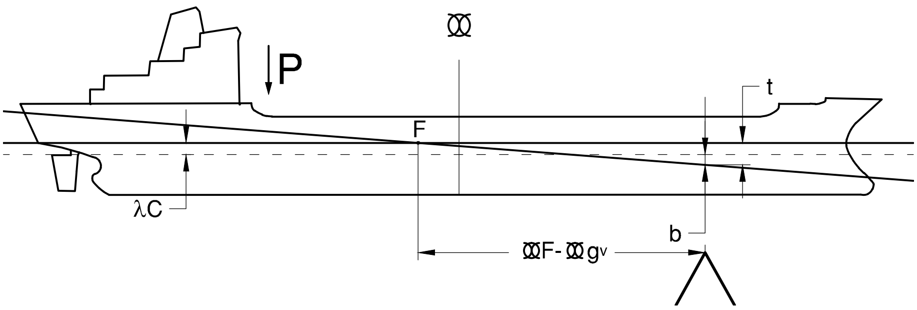

Figura 16.11: Variaciones de calado en la zona de varada debido a la carga de un peso.

$$t = b + \lambda C$$

$$b = t - \lambda C \tag{16.3}$$

La alteración en el punto de varada es una porción de la alteración, y depende de la distancia longitudinal que hay entre el punto de varada g_v y el centro de flotación F. Para que la cifra de la distancia (en la varada a proa de F) sea positiva, la distancia se va a expresar como $(\otimes F - \otimes g_v)$, de una manera análoga a como se hizo en el problema anterior. La alteración será positiva, pues se está cargando en un lugar a popa de F, lo que genera una alteración apopante. Véanse las figuras 16.10 y 16.11.

$$\frac{t}{(\otimes F - \otimes g_v)} = \frac{a}{E_{pp}}$$

$$t = \frac{a.(\otimes F - \otimes g_v)}{E_{pp}}$$

Ahora, usando la ecuación (13.21) se puede escribir:

$$a = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F)}{100.M_u}$$

Sustituyendo a por su valor:

$$t = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v)}{E_{pp}.100.M_u}$$

Sustituyendo lo anterior en la fórmula (16.3):

$$b = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v)}{E_{pp}.100.M_u} - \frac{P}{100.Tcm^{-1}}$$

Despejando P, queda:

$$\boldsymbol{P = \frac{b.E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1}}{Tcm^{-1}.(\boxtimes g - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v) - E_{pp}.M_u}} \tag{16.4}$$

Para que dé un resultado coherente, va a ser necesario cargar en un punto muy a popa (más a popa que el punto indiferente de popa $\boxtimes g_{ipp}$)[9], para que la alteración en el punto de varada sea lo suficientemente grande como para compensar la suma de b y λC. Poniendo un valor a $\boxtimes g$ de 50 metros:

$$P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}96 \times 15{,}62}{15{,}62 \times (50 - (-0{,}19)) \times (-0{,}19 - (-30)) - 110 \times 97{,}96} = 668{,}2 \text{ t}$$

Es conveniente hacer una iteración en el cálculo usando los parámetros de una flotación intermedia.

$$\lambda C = \frac{P}{100.Tcm^{-1}} = \frac{668{,}2}{100 \times 15{,}62} = 0{,}43 \text{ m}$$

$$\frac{\lambda C}{2} = \frac{0{,}43}{2} = 0{,}21 \text{ m}$$

Con los nuevos valores de la flotación intermedia correspondiente a $5 + \lambda C/2 = 5{,}21$ m:

$$\boxed{P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 100{,}02 \times 15{,}77}{15{,}77 \times (50 - 0{,}06) \times (0{,}06 - (-30)) - 110 \times 100{,}02} = 684{,}6 \text{ t}}$$

Este resultado, de casi 700 toneladas, para un punto de carga situado 50 metros a popa de la sección media, indica la poca viabilidad de este método para salir de la varada.

Se puede comprobar el resultado calculando el calado en el punto de varada antes de la varada y después de la operación de carga calculada. Si las dos cifras son iguales, el resultado es correcto. Al ser muy pequeñas las inclinaciones longitudinales, se va a despreciar su efecto sobre los calados al compararlos con la bajada de la marea, pues no están medidos en la misma vertical. Véase la figura 16.17.

Las condiciones de partida del problema eran: Calado hidrostático igual al calado medio y ambos iguales a 5 metros (F está prácticamente en la sección media) y el asiento igual a 60 centímetros, con lo que:

[9] En caso contrario, calado de proa y popa aumentan.

$$C_{pp_i} = Cm + \frac{A}{2} = 5 + \frac{0{,}60}{2} = 5{,}30 \text{ m}$$

$$C_{pr_i} = Cm - \frac{A}{2} = 5 - \frac{0{,}60}{2} = 4{,}70 \text{ m}$$

Usando las fórmulas vistas en el problema núm. 86, adaptadas a un asiento positivo:

$$C = C_{pr_i} + \frac{A.\left(\boxtimes g_v + \frac{E_{pp}}{2}\right)}{E_{pp}} = 4{,}70 + \frac{0{,}60 \times (-30 + 55)}{110} = 4{,}836 \text{ m}$$

Partiendo de esta condición (antes de la varada) y cargando el peso del resultado del problema en el punto con $\boxtimes g = 50$ m, se puede calcular:

$$\lambda C = \frac{P}{100.Tcm^{-1}} = \frac{684{,}6}{100 \times 15{,}62} = 0{,}44 \text{ m}$$

$$\frac{\lambda C}{2} = \frac{0{,}44}{2} = 0{,}22 \text{ m}$$

$$C_h = 5 + 0{,}22 = 5{,}22 \text{ m}$$

$$a = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F)}{100.M_u} = \frac{684{,}6 \times (50 - 0{,}08)}{100 \times 100{,}12} = 3{,}41 \text{ m}$$

$$a_{pp} = \frac{a.\left(\frac{E_{pp}}{2} - \boxtimes F\right)}{E_{pp}} = \frac{3{,}41 \times \left(\frac{110}{2} - 0{,}08\right)}{110} = 1{,}70 \text{ m}$$

$$a_{pr} = a - a_{pp} = 3{,}41 - 1{,}70 = 1{,}71 \text{ m}$$

C_{pp_i}	=	5,30 m	C_{pr_i}	=	4,70 m
λC	=	0,44 m	λC	=	0,44 m
a_{pp}	=	1,70 m	$-a_{pr}$	=	−1,71 m
$\boldsymbol{C_{pp_f}}$	=	**7,44** m	$\boldsymbol{C_{pr_f}}$	=	**3,43** m

Usando otra vez las fórmulas vistas en el problema núm.86:

$$C' = C_{pr} + \frac{A.\left(\boxtimes g_v + \frac{E_{pp}}{2}\right)}{E_{pp}} = 3{,}43 + \frac{(7{,}44 - 3{,}43) \times (-30 + 55)}{110} = 4{,}34 \text{ m}$$

Al restar los calados calculados en la zona de varada, se debería obtener la cifra de la bajada de la marea.

$$C - C' = 4{,}84 - 4{,}34 = 0{,}50 \text{ m}$$

El sentido de este cálculo es el siguiente: un barco vara en un punto de su quilla y posteriormente baja la marea quedando el calado en ese punto de la quilla reducido en la distancia vertical que ha bajado la marea. A ese mismo barco, antes de varar, se le carga una serie de toneladas en un punto de popa (en este caso) y se comprueba que el calado en la zona es igual al que tendría en la varada. Si ahora este barco se coloca en la posición de la varada después de la bajada de la marea, el barco encaja en la posición, pero tocando levemente el fondo, no existiendo reacción, es decir, el barco está flotando libremente.

Ahora se va a calcular la cantidad a descargar del buque

Como ya se ha comentado más arriba, una opción es la de descargar de la vertical de la varada una cantidad de carga igual a la reacción del fondo.

En el caso de que se tenga que descargar de otro sitio, la cantidad se puede calcular de la siguiente manera:

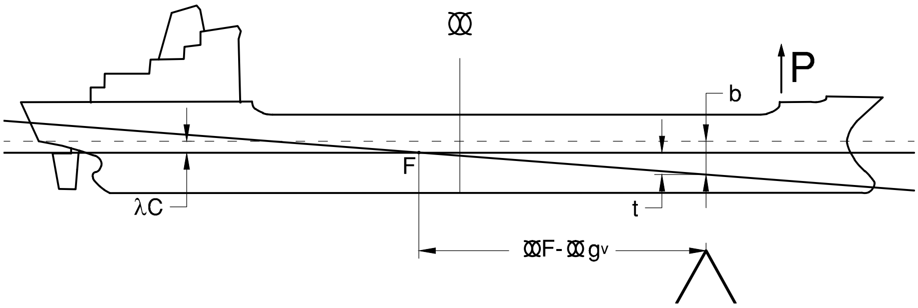

Figura 16.12: Variaciones de calado en la zona de varada debido a la descarga de un peso.

La descarga deberá hacerse de un lugar más a proa que F[10], por lo que su efecto será apopante. El hecho de que se trate de una descarga favorece la salida de la varada, ya que una descarga disminuye el calado hidrostático, por lo que el incremento de calados va a ser negativo. Teniendo en cuenta que t es positiva al ser apopante, se puede escribir: (Véase la figura 16.12 donde la línea de trazos indica la flotación inicial)

$$b = t + |\lambda C|$$

$$b = t - \lambda C$$

Resulta en la misma ecuación que (16.3) por lo que se podrá usar la fórmula (16.4). El resultado de P será una cifra negativa, al tratarse de una descarga.

Se va a considerar la descarga de un punto con $ꝏg = -50$ m, por lo que la fórmula quedará:

$$P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}96 \times 15{,}62}{15{,}62 \times (-50 - (-0{,}19)) \times (-0{,}19 - (-30)) - 110 \times 97{,}96} = -247{,}7 \text{ t}$$

Haciendo una iteración con un calado intermedio:

$$\lambda C = \frac{P}{100.Tcm^{-1}} = \frac{-247{,}7}{100 \times 15{,}62} = -0{,}16 \text{ m}$$

$$\frac{\lambda C}{2} = \frac{-0{,}16}{2} = -0{,}08 \text{ m}$$

$$C_h = 5 - 0{,}08 = 4{,}92 \text{ m}$$

$$\boxed{P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}19 \times 15{,}56}{15{,}56 \times (-50 - (-0{,}28)) \times (-0{,}28 - (-30)) - 110 \times 97{,}19} = -246{,}9 \text{ t}}$$

Haciendo la misma comprobación que se hizo en el apartado anterior del problema, con el calado en la zona de la varada:

[10]Teóricamente, desde un punto más a proa que el punto indiferente de popa $ꝏg_{ipp}$.

$$a = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F)}{100.M_u} = \frac{-246{,}9 \times (-50 - (-0{,}28))}{100 \times 97{,}19} = 1{,}26 \text{ m}$$

$$a_{pp} = \frac{a.\left(\frac{E_{pp}}{2} - \boxtimes F\right)}{E_{pp}} = \frac{1{,}26 \times \left(\frac{110}{2} - (-0{,}28)\right)}{110} = 0{,}63 \text{ m}$$

$$a_{pr} = a - a_{pp} = 1{,}26 - 0{,}63 = 0{,}63 \text{ m}$$

C_{pp_i}	=	5,30 m	C_{pr_i}	=	4,70 m
λC	=	−0,16 m	λC	=	−0,16 m
a_{pp}	=	0,63 m	$-a_{pr}$	=	−0,63 m
$\boldsymbol{C_{pp_f}}$	=	**5,77** m	$\boldsymbol{C_{pr_f}}$	=	**3,91** m

$$C' = C_{pr} + \frac{A.\left(\boxtimes g_v + \frac{E_{pp}}{2}\right)}{E_{pp}} = 3{,}91 + \frac{(5{,}77 - 3{,}91).(-30 + 55)}{110} = 4{,}33 \text{ m}$$

Al restar los calados calculados en la zona de varada, se debería obtener la cifra de la bajada de la marea.

$$C - C' = 4{,}84 - 4{,}33 \simeq 0{,}50 \text{ m}$$

Por último, se va a calcular la cantidad de carga a trasladar de un lugar a otro

En este caso no hay incremento de calado hidrostático, pues el desplazamiento del barco no varía. Se trata de compensar la bajada de la marea b con la alteración en el lugar de la varada.

$$b = t$$

De una manera análoga a lo efectuado al inicio de este problema, pero teniendo en cuenta que ahora se trata de un traslado, por lo que habrá que indicar un punto de descarga y otro de carga, se tiene:

$$t = \frac{a.(\boxtimes F - \boxtimes g_v)}{E_{pp}}$$

$$a = \frac{P.(\boxtimes g_f - \boxtimes g_i)}{100.M_u}$$

Sustituyendo a por su valor:

$$b = t = \frac{P.(\boxtimes g_f - \boxtimes g_i).(\boxtimes F - \boxtimes g_v)}{E_{pp}.100.M_u}$$

Despejando P, queda:

$$\boldsymbol{P = \frac{b.E_{pp}.100.M_u}{(\boxtimes g_f - \boxtimes g_i).(\boxtimes F - \boxtimes g_v)}} \tag{16.5}$$

Para resolver el problema con este sistema, se va a considerar un traslado desde la bodega nº 1 hasta la bodega nº 3.

$$\boxed{P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}96}{(12{,}7 - (-32)).(-0{,}19 - (-30))} = 404{,}3 \text{ t}}$$

Salida de la varada. Varada a popa de F

<u>Problema 118</u>. El buque tipo E se encuentra flotando en agua de mar en aguas iguales y con un calado de 5 metros. Sufre una varada en un punto de la quilla 30 metros a popa de la sección media. Determinar las cantidades a cargar, descargar o trasladar para liberar el buque si la marea baja medio metro. Calcular también las cantidades a cargar o descargar operando en dos lugares diferentes de la eslora del buque.

Ahora la varada se realiza en un punto a popa de la sección media, por lo tanto, la alteración resultante al bajar la marea será aproante. Sin embargo, las distancias e, t y b, se van a considerar positivas, tal y como se hizo en el problema núm. 116. La distancia longitudinal resultante en la fórmula (16.2) está elevada al cuadrado, por lo que no importa como se defina siempre que su valor absoluto indique la distancia real entre el punto de varada y el punto F. Por este motivo, la fórmula (16.2) puede usarse tal cual está escrita.

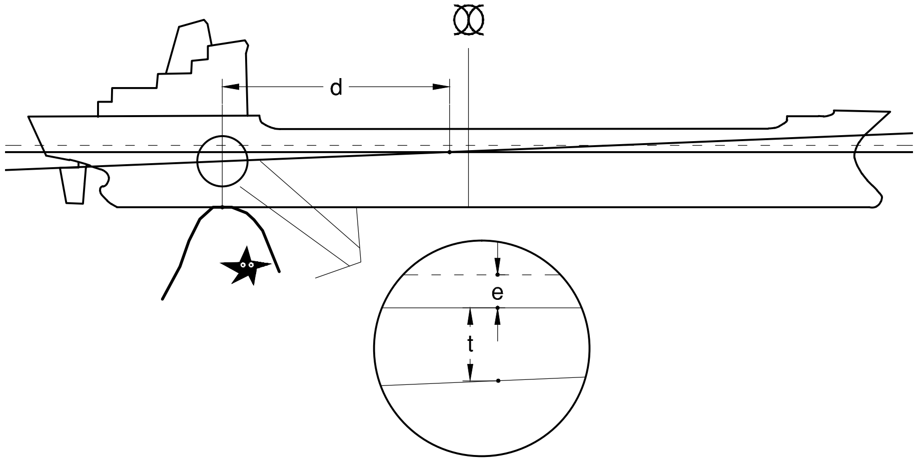

Figura 16.13: Varada a popa de la sección media.

$$R = \frac{b.100.Tcm^{-1}.E_{pp}.M_u}{E_{pp}.M_u + Tcm^{-1}.(\otimes F - \otimes g_v)^2}$$

$$R = \frac{0{,}5 \times 100 \times 15{,}62 \times 110 \times 97{,}96}{110 \times 97{,}96 + 15{,}62 \times (-0{,}19 - 30)^2} = 336{,}5 \text{ t}$$

La emersión previa se puede calcular a través de (16.1):

$$\lambda C = \frac{-R}{100.Tcm^{-1}} = \frac{-336{,}5}{100 \times 15{,}62} = -0{,}215 \text{ m}$$

Para una mayor precisión se calcula una nueva emersión con los parámetros de la flotación intermedia:[11]

$$\lambda C = \frac{-R}{100.Tcm^{-1}} = \frac{-336{,}5}{100 \times 15{,}53} = -0{,}22 \text{ m}$$

[11] Esta flotación será la correspondiente a un calado de: $5 + \lambda C/2 = 5 - 0{,}215/2 = 4{,}89$ m.

Para el cálculo de la alteración y calados finales se va a usar el mismo procedimiento que el seguido en el problema núm. 91, en el que se usaron los parámetros de la flotación intermedia:

$$a = \frac{-R.(\otimes g - \otimes F)}{100.M_u} = \frac{-336{,}5 \times (30 - (-0{,}31))}{100 \times 96{,}91} = -1{,}05 \text{ m}$$

El reparto de la alteración es el siguiente:[12]

$$a_{pp} = \frac{a.\left(\frac{E_{pp}}{2} - \otimes F\right)}{E_{pp}} = \frac{-1{,}05 \times \left(\frac{110}{2} - (-0{,}44)\right)}{110} = -0{,}53 \text{ m}$$

$$a_{pr} = a - a_{pp} = -1{,}05 - (-0{,}53) = -0{,}52 \text{ m}$$

Los calados finales serán los siguientes:

$$\begin{array}{rcr@{\qquad}rcr}
C_{pp_i} & = & 5{,}00 \text{ m} & C_{pr_i} & = & 5{,}00 \text{ m} \\
\lambda C & = & -0{,}22 \text{ m} & \lambda C & = & -0{,}22 \text{ m} \\
a_{pp} & = & -0{,}53 \text{ m} & -a_{pr} & = & +0{,}52 \text{ m} \\
\hline
\boldsymbol{C_{pp_f}} & = & \mathbf{4{,}25} \text{ m} & \boldsymbol{C_{pr_f}} & = & \mathbf{5{,}30} \text{ m} \\
\hline
\end{array}$$

Usando las fórmulas vistas en el problema 86, arreglándolas para su uso con un asiento negativo:

$$C' = C_{pp} + \frac{A.\left(\otimes g_v - \frac{E_{pp}}{2}\right)}{E_{pp}} = 4{,}25 + \frac{(4{,}25 - 5{,}30) \times (30 - 55)}{110} = 4{,}49 \text{ m}$$

Al restar los calados calculados en la zona de varada, se debería obtener la cifra de la bajada de la marea.[13]

$$C - C' = 5 - 4{,}49 \simeq 0{,}50 \text{ m}$$

En primer lugar, se va a calcular la cantidad de carga a introducir en el buque

Para poder liberar el buque cargando, la carga deberá efectuarse a proa de la sección media, por lo que la alteración será negativa. Entonces, la alteración en el punto de varada t también será negativa. Véanse las figuras 16.14 y 16.15, donde la línea a trazos representa la flotación inicial.

$$|t| = b + \lambda C$$

Considerando b y el incremento de calados λC positivos:

$$-t = b + \lambda C$$

$$b = -t - \lambda C \tag{16.6}$$

Adaptando la formulación de la distancia d en la figura 16.10, con la idea de que se mantenga el signo que tiene la alteración, se puede escribir:

$$\frac{t}{(\otimes g_v - \otimes F)} = \frac{a}{E_{pp}}$$

[12] En esta parte de cálculo se usa el valor de $\otimes F$ correspondiente a la flotación final.
[13] Se podría obtener una mayor precisión iterando en el cálculo de la reacción.

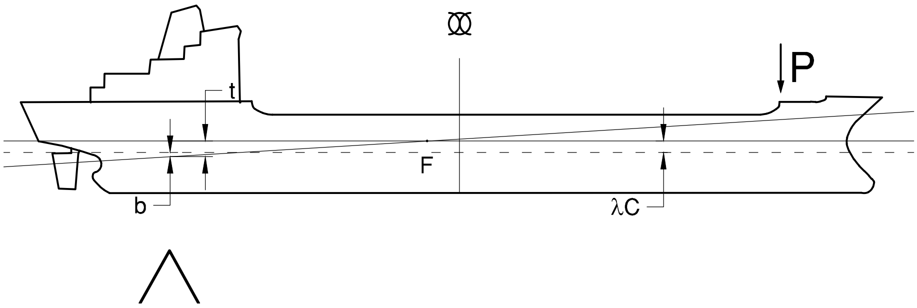

Figura 16.14: Variaciones de calado en la zona de varada debido a carga de un peso.

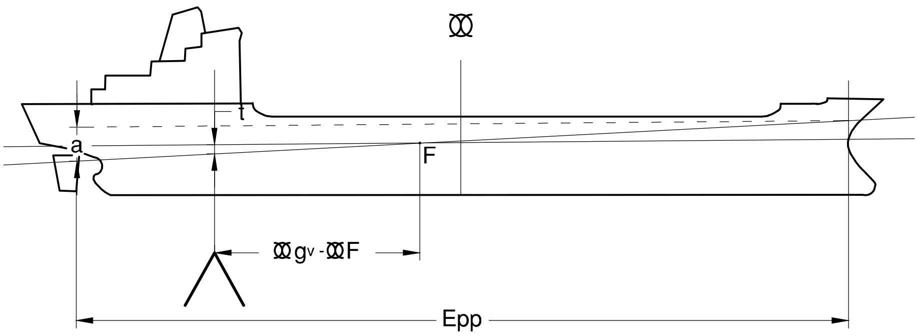

Figura 16.15: Alteración aproante en el punto de varada.

$$t = \frac{a.(\boxtimes g_v - \boxtimes F)}{E_{pp}}$$

Ahora, usando la ecuación (13.21) se puede escribir:

$$a = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F)}{100.M_u}$$

Sustituyendo a por su valor:

$$t = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F).(\boxtimes g_v - \boxtimes F)}{E_{pp}.100.M_u}$$

Sustituyendo lo anterior en la fórmula (16.6):

$$b = -\frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F).(\boxtimes g_v - \boxtimes F)}{E_{pp}.100.M_u} - \frac{P}{100.Tcm^{-1}}$$

Despejando P, queda:

$$P = \frac{b.E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1}}{-Tcm^{-1}.(\boxtimes g - \boxtimes F).(\boxtimes g_v - \boxtimes F) - E_{pp}.M_u}$$

Se puede quitar uno de los signos negativos del denominador llevándolo dentro de uno de los paréntesis, con lo que queda exactamente la misma fórmula que en el caso de la varada a proa de la sección media.

$$\boldsymbol{P = \frac{b.E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1}}{Tcm^{-1}.(\boxtimes g - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v) - E_{pp}.M_u}} \tag{16.7}$$

Para que dé un resultado coherente, va a ser necesario cargar en un punto muy a proa (más a proa que el punto indiferente de proa $\boxtimes g_{ipr}$)[14], para que la alteración en el punto de varada sea lo suficientemente grande como para compensar la suma de b y λC. Poniendo un valor a $\boxtimes g$ de -50 metros:

$$P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}96 \times 15{,}62}{15{,}62 \times (-50 - (-0{,}19)) \times (-0{,}19 - 30) - 110 \times 97{,}96} = 662 \text{ t}$$

Es conveniente hacer una iteración en el cálculo, usando los parámetros de una flotación intermedia.

$$\lambda C = \frac{P}{100.Tcm^{-1}} = \frac{662}{100 \times 15{,}62} = 0{,}424 \text{ m}$$

$$\frac{\lambda C}{2} = \frac{0{,}424}{2} = 0{,}21 \text{ m}$$

Con los nuevos valores de la flotación intermedia correspondiente a $5 + \lambda C/2 = 5{,}21$ m:

$$\boxed{P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 100{,}02 \times 15{,}77}{15{,}77 \times (-50 - 0{,}06) \times (0{,}06 - 30) - 110 \times 100{,}02} = 686{,}7 \text{ t}}$$

Este resultado, de casi 700 toneladas, para un punto de carga situado 50 metros a proa de la sección media, indica la poca viabilidad de este método para salir de la varada.

[14] En caso contrario, calado de proa y popa aumentan.

Se puede comprobar el resultado calculando el calado en el punto de varada antes de la varada y después de la operación de carga calculada. Si las dos cifras son iguales, el resultado es correcto. Al ser muy pequeñas las inclinaciones longitudinales, se va a despreciar su efecto sobre los calados al compararlos con la bajada de la marea, pues no están medidos en la misma vertical. Véase la figura 16.17.

Partiendo de la condición anterior a la varada y cargando el peso del resultado del problema en el punto con $\boxtimes g = -50$ m, se puede calcular:

$$\lambda C = \frac{P}{100.Tcm^{-1}} = \frac{686{,}7}{100 \times 15{,}62} = 0{,}44 \text{ m}$$

$$\frac{\lambda C}{2} = \frac{0{,}44}{2} = 0{,}22 \text{ m}$$

$$C_h = 5 + 0{,}22 = 5{,}22 \text{ m}$$

$$a = \frac{P.(\boxtimes g - \boxtimes F)}{100.M_u} = \frac{686{,}7 \times (-50 - 0{,}08)}{100 \times 100{,}12} = -3{,}43 \text{ m}$$

$$a_{pp} = \frac{a.\left(\frac{E_{pp}}{2} - \boxtimes F\right)}{E_{pp}} = \frac{-3{,}43 \times \left(\frac{110}{2} - 0{,}08\right)}{110} = -1{,}71 \text{ m}$$

$$a_{pr} = a - a_{pp} = -3{,}43 - (-1{,}71) = -1{,}72 \text{ m}$$

C_{pp_i}	=	5,00 m	C_{pr_i}	=	5,00 m
λC	=	0,44 m	λC	=	0,44 m
a_{pp}	=	−1,71 m	$-a_{pr}$	=	1,72 m
$\boldsymbol{C_{pp_f}}$	=	**3,73** m	$\boldsymbol{C_{pr_f}}$	=	**7,16** m

Usando otra vez las fórmulas vistas en el problema núm. 86, arregladas para un asiento aproante:

$$C' = C_{pp} + \frac{A.\left(\boxtimes g_v - \frac{E_{pp}}{2}\right)}{E_{pp}} = 3{,}73 + \frac{(3{,}73 - 7{,}16) \times (30 - 55)}{110} = 4{,}51 \text{ m}$$

Al restar los calados calculados en la zona de varada, se debería obtener la cifra de la bajada de la marea.

$$C - C' = 5 - 4{,}51 \simeq 0{,}50 \text{ m}$$

El sentido de este cálculo es el siguiente: un barco vara en un punto de su quilla y posteriormente baja la marea quedando el calado en ese punto de la quilla reducido en la distancia vertical que ha bajado la marea. A ese mismo barco, antes de varar, se le carga una serie de toneladas en un punto de proa (en este caso), y se comprueba que el calado en la zona es igual al que tendría en la varada. Si ahora este barco se coloca en la posición de la varada después de la bajada de la marea, el barco encaja en la posición, pero tocando levemente el fondo, no existiendo reacción, es decir, el barco está flotando libremente.

Ahora se va a calcular la cantidad a descargar del buque

Como ya se ha comentado anteriormente, una opción es la de descargar de la vertical de la varada una cantidad de carga igual a la reacción del fondo.

En el caso de que se tenga que descargar de otro sitio, la cantidad se puede calcular de la siguiente manera:

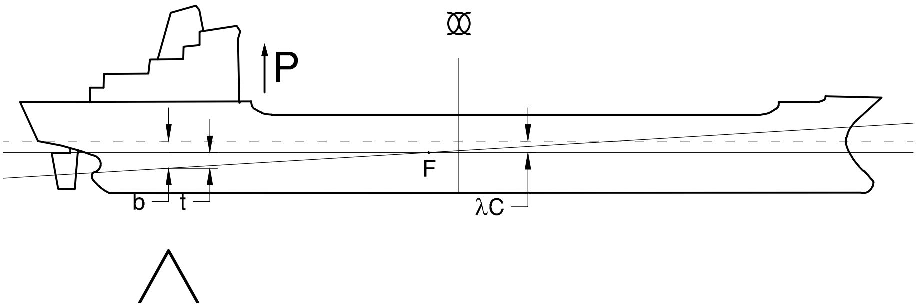

Figura 16.16: Variaciones de calado en la zona de varada debido a la descarga de un peso.

La descarga deberá hacerse de un lugar más a popa que F[15], por lo que su efecto será aproante. El hecho de que se trate de una descarga favorece la salida de la varada, ya que una descarga disminuye el calado hidrostático, por lo que el incremento de calados va a ser negativo. Teniendo en cuenta que t es negativa al ser aproante, se puede escribir: (véase la figura 16.16)

$$b = |t| + |\lambda C|$$

$$b = -t - \lambda C$$

Resulta en la misma ecuación que (16.6) por lo que se podrá usar la fórmula (16.4). El resultado de P será una cifra negativa, al tratarse de una descarga.

Se va a considerar la descarga de un punto con $\text{ꝏ}g = 50$ m, por lo que la fórmula quedará:

$$P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}96 \times 15{,}62}{15{,}62 \times (50 - (-0{,}19)) \times (-0{,}19 - 30) - 110 \times 97{,}96} = -244{,}3 \text{ t}$$

Haciendo una iteración con un calado intermedio:

$$\lambda C = \frac{P}{100.Tcm^{-1}} = \frac{-244{,}3}{100 \times 15{,}62} = -0{,}16 \text{ m}$$

$$\frac{\lambda C}{2} = \frac{-0{,}16}{2} = -0{,}08 \text{ m}$$

$$C_h = 5 - 0{,}08 = 4{,}92 \text{ m}$$

$$\boxed{P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}19 \times 15{,}56}{15{,}56 \times (50 - (-0{,}28)) \times (-0{,}28 - (-30)) - 110 \times 97{,}19} = -241{,}9 \text{ t}}$$

Haciendo la misma comprobación que se hizo en el apartado anterior del problema con el calado en la zona de la varada:

$$a = \frac{P.(\text{ꝏ}g - \text{ꝏ}F)}{100.M_u} = \frac{-241{,}9 \times (50 - (-0{,}28))}{100 \times 97{,}19} = -1{,}25 \text{ m}$$

$$a_{pp} = \frac{a.\left(\frac{E_{pp}}{2} - \text{ꝏ}F\right)}{E_{pp}} = \frac{-1{,}25 \times \left(\frac{110}{2} - (-0{,}28)\right)}{110} = -0{,}63 \text{ m}$$

$$a_{pr} = a - a_{pp} = -1{,}25 - (-0{,}63) = -0{,}62 \text{ m}$$

$$
\begin{array}{rcr|rcr}
C_{pp_i} & = & 5{,}00 \text{ m} & C_{pr_i} & = & 5{,}00 \text{ m} \\
\lambda C & = & -0{,}16 \text{ m} & \lambda C & = & -0{,}16 \text{ m} \\
a_{pp} & = & -0{,}63 \text{ m} & -a_{pr} & = & +0{,}63 \text{ m} \\
\hline
\boldsymbol{C_{pp_f}} & = & \mathbf{4{,}21} \text{ m} & \boldsymbol{C_{pr_f}} & = & \mathbf{5{,}47} \text{ m} \\
\hline
\end{array}
$$

$$C' = C_{pp} + \frac{A.\left(\otimes g_v - \frac{E_{pp}}{2}\right)}{E_{pp}} = 4{,}21 + \frac{(4{,}21 - 5{,}47).(30 - 55)}{110} = 4{,}50 \text{ m}$$

Al restar los calados calculados en la zona de varada, se debería obtener la cifra de la bajada de la marea.

$$C - C' = 5{,}00 - 4{,}50 = 0{,}50 \text{ m}$$

Cantidad de carga a trasladar de un lugar a otro

En este caso no hay incremento de calado hidrostático, pues el desplazamiento del barco no varía. Se trata de compensar la bajada de la marea b con la alteración en el lugar de la varada.

$$b = t$$

La fórmula a utilizar es la misma que en el ejercicio anterior (16.5):

$$P = \frac{b.E_{pp}.100.M_u}{(\otimes g_f - \otimes g_i).(\otimes F - \otimes g_v)}$$

Para resolver el problema con este sistema, se va a considerar un traslado desde la bodega n^{o} 3 hasta la bodega n^{o} 1.

$$\boxed{P = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}96}{(-32 - 12{,}7).(-0{,}19 - 30)} = 399{,}2 \text{ t}}$$

Por último, se van a calcular las cantidades correspondientes a dos operaciones para salir de la varada

Se tienen las siguientes variables:

$$P_1 \text{ a cargar o descargar en } \otimes g_1$$

$$P_2 \text{ a cargar o descargar en } \otimes g_2$$

$$b = b_1 + b_2$$

Cada una de las operaciones generará una porción de b. Conociendo los lugares donde se van a realizar las operaciones, al final se tienen solo 2 incógnitas (los dos pesos), ya que los valores de b_1 y de b_2 dependen solo de los pesos y sus posiciones. Como consecuencia de esto, se va a obtener una única ecuación con 2 incógnitas, con lo que será necesario dar valor a una previamente y al final se obtendrá la otra.

[15]Teóricamente, desde un punto más a popa que el punto indiferente de proa $\otimes g_{ipr}$.

$$P_1 = \frac{b_1.E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1}}{Tcm^{-1}.(\boxtimes g_1 - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v) - E_{pp}.M_u} = b_1.k_1$$

$$P_2 = \frac{b_2.E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1}}{Tcm^{-1}.(\boxtimes g_2 - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v) - E_{pp}.M_u} = b_2.k_2$$

Sabiendo que:

$$b_2 = b - b_1$$

Se puede escribir:

$$b_1 = \frac{P_1}{k_1}$$

$$P_2 = (b - b_1).k_2 = \left(b - \frac{P_1}{k_1}\right).k_2$$

$$P_2 = b.k_2 - \frac{P_1.k_2}{k_1}$$

$$P_2 = \frac{b.E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1} - P_1.\left[Tcm^{-1}.(\boxtimes g_1 - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v) - E_{pp}.M_u\right]}{Tcm^{-1}.(\boxtimes g_2 - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v) - E_{pp}.M_u}$$

Si se descargan 250 t de un punto a popa con $\boxtimes g = 40$ m,¿cuántas toneladas habrá que cargar en un punto de proa con $\boxtimes g = -35$ m para liberar el buque de la varada?

En un principio no se conoce cual va a ser el cambio de desplazamiento ya que solo se conoce P_1, por lo que se usarán los parámetros de la flotación inicial.

$$P_2 = \frac{0{,}5 \times 110 \times 100 \times 97{,}96 \times 15{,}62 - (-250) \times [15{,}62 \times (40 - (-0{,}19)) \times (-0{,}19 - 30) - 110 \times 97{,}96]}{15{,}62 \times (-35 - (-0{,}19)) \times (-0{,}19 - 30) - 110 \times 97{,}96}$$

$$\boxed{P_2 = 174{,}5 \text{ t}}$$

Si se descargan 250 t de un punto a popa con $\boxtimes g = 45$ m,¿dónde habrá que cargar un peso de 200 t para liberar el buque de la varada?

De la operación de descarga se puede conocer su efecto sobre la varada calculando la porción de b que resulta. Despejando b en la fórmula (16.7) y adaptándola a las variables particulares de la operación:

$$b_1 = \frac{P_1.\left[Tcm^{-1}.(\boxtimes g_1 - \boxtimes F).(\boxtimes F - \boxtimes g_v) - E_{pp}.M_u\right]}{E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1}}$$

Usando los parámetros de la flotación inicial, al no conocerse el cambio final de desplazamiento:

$$b_1 = \frac{-250\,[15{,}62 \times (45 - (-0{,}19)).(-0{,}19 - 30) - 110 \times 97{,}96]}{110 \times 100 \times 97{,}96 \times 15{,}62} = 0{,}477 \text{ m}$$

Ahora se va a calcular el efecto sobre que tiene que provocar la segunda operación, que está establecida para que sea de carga.

$$b = b_1 + b_2$$

$$b_2 = b - b_1 = 0{,}50 - 0{,}477 = 0{,}023 \text{ m}$$

Nótese que solo faltan 23 milímetros para salir de la varada, es decir, la mayoría del trabajo ya está hecho. El resultado que dé para la segunda operación serán las toneladas necesarias para esa pequeña porción de b que falta.

Adaptando y despejando $\otimes g_2$ en la fórmula (16.7):

$$\otimes g_2 = \frac{b_2.E_{pp}.100.M_u.Tcm^{-1} + P_2.E_{pp}.M_u}{P_2.Tcm^{-1}.(\otimes F - \otimes g_v)} + \otimes F$$

$$\otimes g_2 = \frac{0{,}023 \times 110 \times 100 \times 97{,}96 \times 15{,}62 + 200 \times 110 \times 97{,}96}{200 \times 15{,}62 \times (-0{,}19 - 30)} - 0{,}19$$

$$\boxed{\otimes g_2 = -27{,}1 \text{ m}}$$

Este resultado indica que las 200 t deberán cargarse en ese punto o, en todo caso, en un punto más a proa.

Esta operación de carga repercute en un porcentaje muy pequeño en el esfuerzo de liberar el buque, que se puede calcular de la siguiente manera:

$$\frac{b_1}{b} = \frac{0{,}023}{0{,}5} = 0{,}046 \Rightarrow 4{,}6\,\%$$

Adenda

Tal y como se vio en el problema núm. 86, el calado en un lugar de la quilla es prácticamente igual a la profundidad de dicho punto de la quilla pues, las inclinaciones longitudinales son pequeñas.

En los problemas de este capítulo se ha trabajado con el calado en la varada. Este calado se puede relacionar con la bajada de la marea b y con el calado inicial antes de varar, de la siguiente manera (véase la figura 16.17):

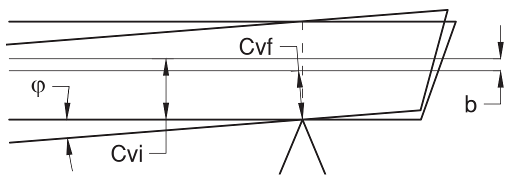

Figura 16.17: Calado en la zona de varada antes y después de varar.

$$C_{v_f}.\cos\varphi = C_{v_i} - b$$

Para los valores de los problemas anteriores y considerando una inclinación longitudinal de 2,5° que genera un asiento de 4,8 metros:

$$C_{v_f} = \frac{C_{v_i} - b}{\cos\varphi} = \frac{5 - 0{,}5}{0{,}99905} = 4{,}504 \text{ m}$$

El resultado es prácticamente el mismo que si se considera:

$$C_{v_f} = C_{v_i} - b = 5 - 0{,}5 = 4{,}50 \text{ m}$$

16.3. Varada en dique seco

Los buques necesitan de diques secos para hacer reparaciones y mantenimiento. La entrada en un dique es una operación delicada que requiere de muchos preparativos.

Normalmente, el buque entrará al dique con un ligero asiento apopante,[16] tanto si se trata de un dique en tierra como si es uno flotante. Se trata de que el barco toque primero con un parte concreta de la quilla, lo que dará más control al proceso de apoyo en los picaderos. También, se puede entrar con un asiento aproante, aunque es menos común. En el instante en que la quilla toca los picaderos empieza lo que se denomina el periodo crítico, apareciendo la reacción del fondo que irá aumentando, lo que provocará un cambio de asiento y una pérdida de estabilidad. El periodo crítico termina con el apoyo de toda la quilla y los fondos en los picaderos, donde el barco queda completamente estático y con la estabilidad debida a que la vertical de su centro de gravedad pasa a estar dentro del área que delimitan los picaderos, pero para esto, es necesario que el buque tenga fondos planos. En barcos con astilla muerta las precauciones deben ser mayores, debiéndose usar escoras de costado que anulen la posibilidad de que el barco escore y se deberán preparar camas especiales para el apoyo de los fondos.

Cálculo de la reacción y de la estabilidad en el periodo crítico

<u>Problema 119</u>. El BTE se encuentra flotando en agua de mar con un calado hidrostático de 4 metros y un asiento apopante de 1 metro. Procede a varar voluntariamente en un dique seco cuyos picaderos forman una línea horizontal. Determinar la reacción máxima en el periodo crítico de la varada, la distancia que ha bajado el nivel de agua en el dique desde que empezó el periodo crítico y la pérdida de estabilidad transversal. El punto de primer apoyo tiene $\boxtimes g_v = 40$ m y el barco tiene un $KG = 7{,}2$ m.

En la figura 16.18 puede verse el proceso de varada en dique seco. En el dibujo central se muestra el inicio del periodo crítico, que es cuando se apoya el punto más a popa de la quilla horizontal. En ese instante la reacción del fondo es mínima y al continuar el achique del dique, se irá incrementando. Llegará un momento en que el asiento se anule y justo antes del momento en que se apoya toda la quilla, tal y como se muestra en el dibujo inferior de dicha figura, se producirá el instante en que la reacción del fondo es máxima, con lo que será máxima la pérdida de estabilidad.

En la varada en un dique flotante, las cosas cambian un poco. El dique tendrá un asiento un tanto menor que se irá adaptando al asiento del buque. Una vez que toda la quilla está apoyada en el dique, éste terminará la maniobra. En todos estos casos adquiere especial importancia el estudio de los esfueros a los que está sometido el buque y el dique.

El barco tiene un asiento inicial A_0 y quedará al final del periodo crítico con un asiento final nulo: $A_f = 0$, por lo que la alteración será:

$$a = A_f - A_0 = 0 - A_0 = -A_0$$

Aplicando la fórmula de la alteración13.21:

$$a.100.M_u = R(\boxtimes g_v - \boxtimes F)$$

$$a = -A_0 = \frac{R(\boxtimes g_v - \boxtimes F)}{100.M_u}$$

[16]Este asiento debe ser pequeño para que la reacción del fondo sea también pequeña y la pérdida de estabilidad sea leve.

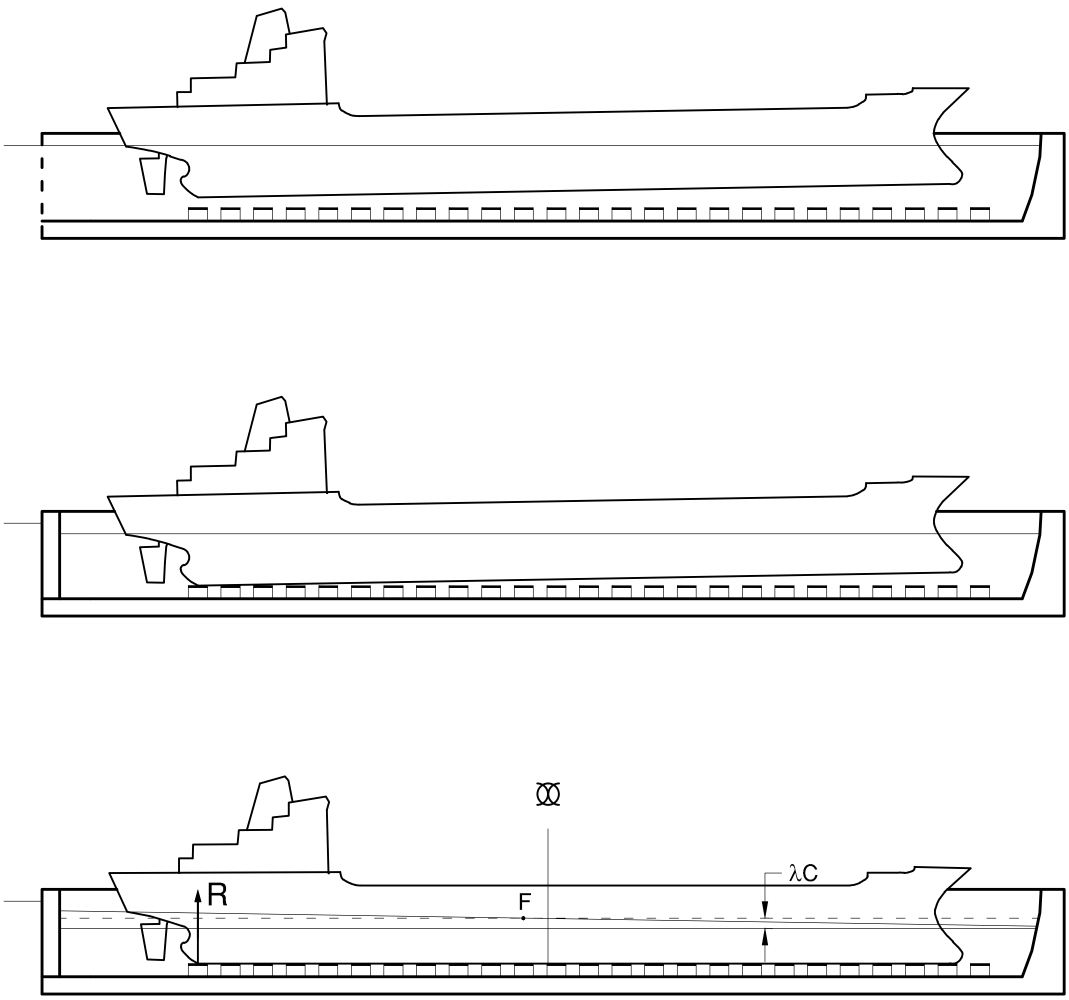

Figura 16.18: Proceso de varada en dique seco: entrada, inicio del periodo crítico y su final.

Tomando la reacción R como positiva, tal y como se ha venido haciendo en todo este capítulo, se puede escribir la siguiente fórmula que valdrá para una varada tocando con la popa o con la proa:[17]

$$\boldsymbol{R = \frac{|{-A_0}|.100.M_u}{|\boxtimes g_v - \boxtimes F|}} \tag{16.8}$$

Debido a esta reacción R, cuando toda la quilla se apoye en los picaderos, el barco tendrá un calado hidrostático menor. La diferencia se podrá calcular con la fórmula del incremento de calados 4.6.

$$\lambda C = \frac{-R}{100.Tcm^{-1}}$$

Este incremento de calados será precisamente la distancia que deberá bajar el nivel de agua en el dique, desde el instante en que toca la quilla por primera vez, inicio del periodo crítico, hasta su final, al apoyarse el resto de la quilla.

Con el calado hidrostático inicial se obtienen los diferentes parámetros necesarios:

$$a = -A_0 = -1 \text{ m}$$

$$\boxed{R = \frac{|{-A_0}|.100.M_u}{|\boxtimes g_v - \boxtimes F|} = \frac{1 \times 100 \times 89{,}83}{|40 - (-1{,}17)|} = 218{,}2 \text{ t}}$$

$$\boxed{\lambda C = \frac{-R}{100.Tcm^{-1}} = \frac{-218{,}2}{100 \times 14{,}98} = -0{,}146 \text{ m}}$$

No es necesario iterar en los cálculos. La cifra obtenida para R es la reacción máxima en ese punto durante el periodo crítico, que justamente termina en el momento en que se llega al asiento nulo. A partir de ese momento, son los fondos planos del buque los que reciben y se reparten la reacción. Si se desea más exactitud, se podría obtener calculando el M_u según su fórmula (13.11).

Nótese la poca distancia necesaria para dejar el barco en aguas iguales, cuando la situación de partida tenía un metro de asiento. El cálculo es análogo a la respuesta de preguntarse lo siguiente: ¿qué cantidad habría que descargar de un punto, con la coordenada dada, para dejar el barco en aguas iguales?

Cálculo de la reacción por otra fórmula

En la figura 16.19 puede verse el barco justo antes del momento en el que toda la quilla se apoya en los picaderos que, como ya se ha comentado, es el instante en que termina el periodo crítico y el momento de mayor reacción localizada en un punto concreto. Se han dibujado las dos flotaciones, correspondientes al inicio y final del periodo crítico. El punto G no cambia de posición y en la vertical a la flotación inicial puede verse el punto C, que sería el centro de carena en la flotación inicial con la inclinación longitudinal debida al asiento, debido este a su vez, a la separación longitudinal entre G y C_{CR}. El punto $C^{'}_{CR}$ indica el centro de carena de la flotación del final del periodo crítico, ya sin asiento.

Tomando momentos con respecto a un eje vertical que pase por $C^{'}_{CR}$ se puede escribir:

$$R.(P_{pp}C^{'}_{CR} - P_{pp}g_v) + E' \times 0 = \Delta.(P_{pp}C^{'}_{CR} - P_{pp}G)$$

[17] En caso de que el dique tenga asiento, en vez de $|{-A_0}|$ se escribirá $|a|$ (alteración).

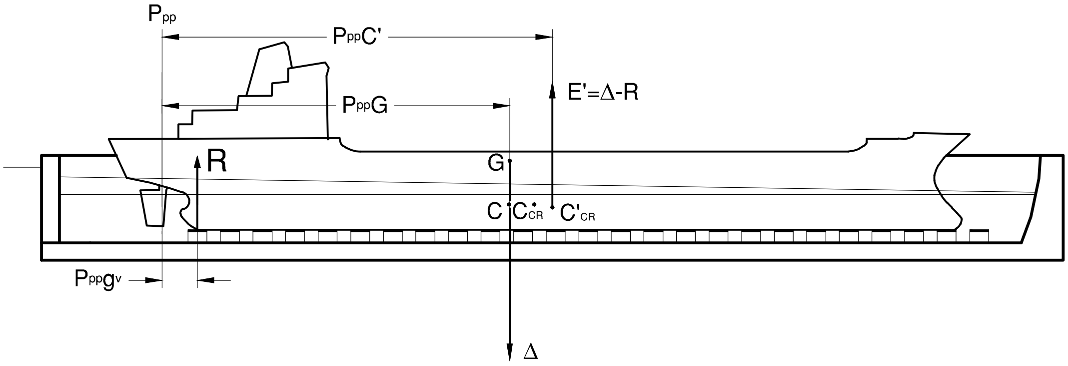

Figura 16.19: Momentos con respecto a la posición final del centro de carena C'_{CR}.

$$\boldsymbol{R = \Delta \cdot \frac{P_{pp}C'_{CR} - P_{pp}G}{P_{pp}C'_{CR} - P_{pp}g_v}} \tag{16.9}$$

También:

$$\boldsymbol{R = \Delta \cdot \frac{\otimes G - \otimes C'_{CR}}{\otimes g_v - \otimes C'_{CR}}} \tag{16.10}$$

En primer lugar, hay que calcular la coordenada longitudinal del centro de gravedad. Para ello se utilizará la fórmula del asiento (13.13):

$$A.100.M_u = \Delta.(\otimes G - \otimes C_{CR})$$

$$\otimes G = \frac{A.100.M_u}{\Delta} + \otimes C_{CR} = \frac{1 \times 100 \times 89{,}83}{5\,402{,}6} + (-2{,}07) = -0{,}407 \text{ m}$$

La reacción del fondo se calcula previamente con el valor inicial de la coordenada del centro de carena, correspondiente al calado de 4 metros, usado en la fórmula anterior:

$$R = 5\,402{,}6 \times \frac{-0{,}407 - (-2{,}07)}{40 - (-2{,}07)} = 213{,}6 \text{ t}$$

Se sabe por el procedimiento de cálculo de R usado anteriormente que, para esta reacción, el calado hidrostático resultante es: $C'_h = 3{,}85$ m, por lo que el valor final de la coordenada longitudinal del centro de carena será $\otimes C'_{CR} = -2{,}11$ m, con lo el cálculo definitivo será:

$$\boxed{R = 5\,402{,}6 \times \frac{-0{,}407 - (-2{,}11)}{40 - (-2{,}11)} = 218{,}5 \text{ t}}$$

El cálculo de la estabilidad se va a hacer de dos maneras diferentes. La primera consiste en considerar que el centro de gravedad del buque permanece quieto y que el empuje pasa a aplicarse en un punto situado entre el centro de carena resultante y el punto de aplicación de la reacción del fondo, tal y como muestra la figura 16.20. La segunda consiste en considerar que el centro de gravedad pasa a una posición virtual más alta, tal y como muestra la figura 16.21.

Primer método

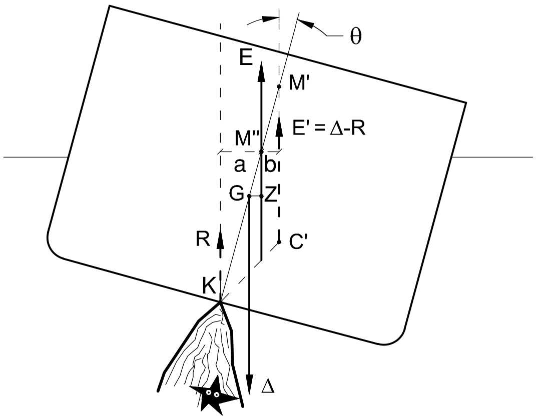

Figura 16.20: Momentos con respecto a la nueva vertical del metacentro resultante.

Según indica la figura 16.20, el equilibrio vertical de fuerzas se produce porque los vectores Δ y E son iguales y contrarios, siendo el vector E la resultante de otros dos vectores, que son: R y E' ($E' = \Delta - R$). El vector R es la reacción del fondo y $\Delta - R$ es el empuje debido a la nueva flotación.

Tomando momentos de R y E' se obtiene la posición de M'':

$$\begin{aligned}
R.a &= (\Delta - R).b \\
R.KM''.\operatorname{sen}\theta &= (\Delta - R).\overline{M'M''}.\operatorname{sen}\theta \\
R.KM'' &= \Delta.\overline{M'M''} - R.\overline{M'M''} \\
R.KM'' + R.\overline{M'M''} &= \Delta.\overline{M'M''} \\
R.KM' &= \Delta.\overline{M'M''} \\
\overline{M'M''} &= \frac{R.KM'}{\Delta}
\end{aligned}$$

El valor de la altura metacéntrica será el segmento GM'', que se obtendrá con el GM' calculado para la nueva flotación, al restarle el segmento $\overline{M'M''}$ que se acaba de deducir.

$$GM'' = GM' - \overline{M'M''} = GM' - \frac{R.KM'}{\Delta}$$

Sabiendo que $GM' = KM' - KG$:

$$\boldsymbol{GM'' = KM' - \left(KG + \frac{R.KM'}{\Delta}\right)} \qquad (16.11)$$

Obteniendo el valor de KM' en las tablas hidrostáticas con un calado hidrostático $C_h^{'}$:

$$C_h^{'} = C_h + \lambda C = 4 + (-0{,}146) = 3{,}85 \text{ m}$$

$$GM'' = 8{,}06 - \left(7{,}2 + \frac{218{,}2 \times 8{,}06}{5\,402{,}6}\right) = 0{,}534 \text{ m}$$

Segundo método

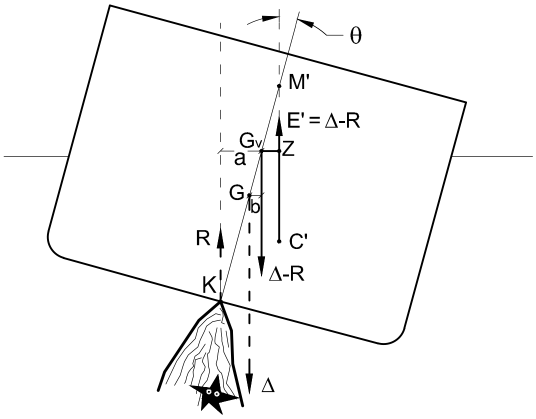

Figura 16.21: Momentos con respecto al centro de gravedad virtual.

Según indica la figura 16.21, el equilibrio vertical de fuerzas se produce porque la suma algebraica de los vectores Δ y R es igual y contraria al vector E'.

Para obtener la posición de G_v se toman momentos de los vectores Δ y R:

$$\begin{aligned}
\Delta.b &= R.a \\
\Delta.\overline{GG_v}.\operatorname{sen}\theta &= R.KG_v.\operatorname{sen}\theta \\
\Delta.\overline{GG_v} &= R.(KG + \overline{GG_v}) \\
\Delta.\overline{GG_v} &= R.KG + R.\overline{GG_v} \\
\Delta.\overline{GG_v} - R.\overline{GG_v} &= R.KG \\
\overline{GG_v}.(\Delta - R) &= R.KG \\
\overline{GG_v} &= \frac{R.KG}{\Delta - R}
\end{aligned}$$

El valor de la altura metacéntrica será el segmento G_vM', el cual se obtendrá sumando al KG el segmento $\overline{GG_v}$ que se acaba de deducir y sabiendo que $G_vM' = KM' - KG_v$.

$$\boldsymbol{G_vM' = KM' - \left(KG + \frac{R.KG}{\Delta - R}\right)} \tag{16.12}$$

$$G_vM' = 8{,}06 - \left(7{,}2 + \frac{218{,}2 \times 7{,}2}{5\,402{,}6 - 218{,}2}\right) = 0{,}557 \text{ m}$$

Los dos métodos dan resultados aparentemente diferentes, pero analizando los momentos adrizantes ($GZ = GM.\operatorname{sen}\theta$) se obtienen los siguientes valores:

$$M_{ad} = \Delta.GM''.\operatorname{sen}\theta = 5\,402{,}6 \times 0{,}534 \times \operatorname{sen}\theta = 2\,884{,}99 \times \operatorname{sen}\theta \text{ [t.m]}$$
$$M_{ad} = (\Delta - R).G_vM'.\operatorname{sen}\theta = (5\,402{,}6 - 218{,}2) \times 0{,}557 \times \operatorname{sen}\theta = 2\,887{,}71 \times \operatorname{sen}\theta \text{ [t.m]}$$

Que resultan en dos valores prácticamente iguales. El momento adrizante inicial, antes de la varada, era el siguiente:

$$GM = KM - KG = 7{,}93 - 7{,}20 = 0{,}73 \text{ m}$$

$$M_{ad} = \Delta.GZ = \Delta.GM.\operatorname{sen}\theta = 5\,402{,}6 \times 0{,}73 \times \operatorname{sen}\theta = 3\,943{,}9 \times \operatorname{sen}\theta \text{ [t.m]}$$

Tomando el valor medio de la estabilidad final se puede calcular la pérdida de estabilidad, indicándola de la siguiente forma:

$$\lambda M_{ad} = 3\,943{,}9 \times \operatorname{sen}\theta - 2\,886{,}35 \times \operatorname{sen}\theta = 1\,057{,}55 \times \operatorname{sen}\theta \text{ [t.m]}$$

Si se divide este momento por el desplazamiento inicial se obtiene un valor que da una idea de la pérdida de altura metacéntrica:

$$\boxed{\lambda GM = \frac{\lambda M_{ad}}{\Delta.\operatorname{sen}\theta} = \frac{1\,057{,}55 \times \operatorname{sen}\theta}{5\,402{,}6 \times \operatorname{sen}\theta} = 0{,}196 \text{ m}}$$

$$\boxed{\lambda GM = \frac{\lambda M_{ad}}{(\Delta - R).\operatorname{sen}\theta} = \frac{1\,057{,}55 \times \operatorname{sen}\theta}{(5\,402{,}6 - 218{,}2) \times \operatorname{sen}\theta} = 0{,}204 \text{ m}}$$

Fin de los capítulos