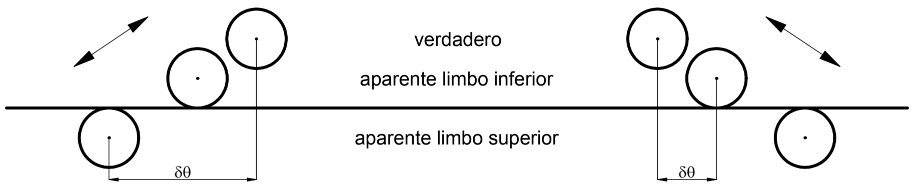
Amplitud [θ] (complemento del Acimut [Z]) del sol al orto y al ocaso y su variación [δθ] entre el aparente y el verdadero.

Por José Iván Martínez García: martinji@unican.es



<u>Cálculo del azimut al orto y ocaso verdaderos</u>. La altura es igual a cero, por lo que, usando la fórmula de la declinación:

$$\operatorname{sen} d = \operatorname{sen} l . \operatorname{sen} a + \cos l . \cos a . \cos Z \qquad \text{(I)}$$
$$\operatorname{sen} d = \operatorname{sen} l \times 0 + \cos l \times 1 \times \cos Z$$

$$\boxed{\cos Z_{\substack{orto\ v\\ ocaso\ v}}^{\substack{+N\\-S}} = \frac{\operatorname{sen} d}{\underset{+}{\cos l}}}$$

Si d es + ➔ $Z = \mathrm{N}\, nn^{\mathrm{o}}\, \mathrm{E\ u\ W}$ según sea orto u ocaso respectivamente.
Si d es - ➔ $Z = \mathrm{S}\, nn^{\mathrm{o}}\, \mathrm{E\ u\ W}$ según sea orto u ocaso respectivamente.

Al ser: $\theta = 90^{\mathrm{o}} - Z$

$$\boxed{\operatorname{sen} \theta_{\substack{orto\ v\\ ocaso\ v}} = \frac{|\operatorname{sen} d|}{\cos l}}$$

En cuanto al nombre de la amplitud:
La amplitud se mide desde el E *o el* W *hacia el* N *o hacia el* S. *Desde el* E *en el caso del orto y desde el* W *en el ocaso. No tiene signo como lo tiene el azimut, por eso el seno de la declinación figura en valor absoluto, y el coseno de latitud es siempre positivo.*
Será hacia el polo elevado en el caso de que la latitud y la declinación tengan el mismo nombre y hacia el polo depreso en caso de que le tengan diferente.

Ejemplo: Determinar el azimut y la amplitud del sol en el instante del ocaso verdadero para un observador en latitud 40º N, siendo la declinación 20º S.

$$\cos Z = \frac{\operatorname{sen} 20^{\mathrm{o}}}{\cos 40^{\mathrm{o}}} = \frac{-0,342020}{0,766044} = -0,446476$$

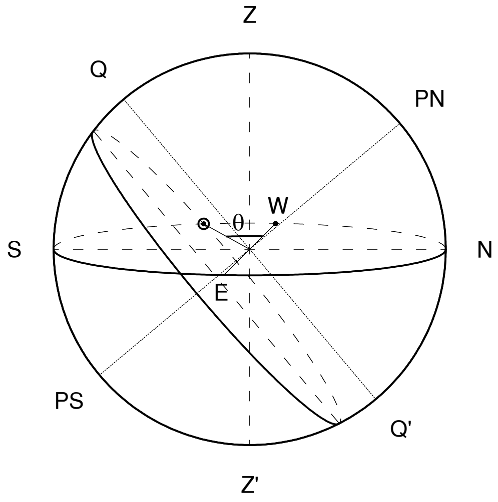
$$Z = \mathrm{S}\, 63,5^{\mathrm{o}}\, \mathrm{W}$$

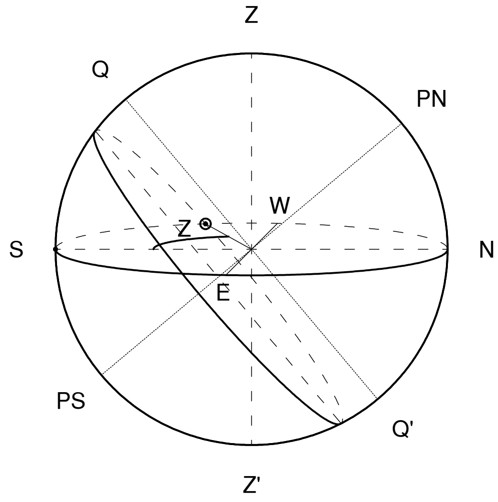
S *al ser el coseno negativo y* W *por ser el ocaso.*

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{|\operatorname{sen} 20^{\mathrm{o}}|}{\cos 40^{\mathrm{o}}} = \frac{0,342020}{0,766044} = 0,446476$$

$$\theta = \mathrm{W}\,26{,}5^{\circ}\,\mathrm{S}$$

W *al ser el ocaso y* S *por ser el polo depreso del observador, puesto que la declinación y la latitud son de distinto nombre.*





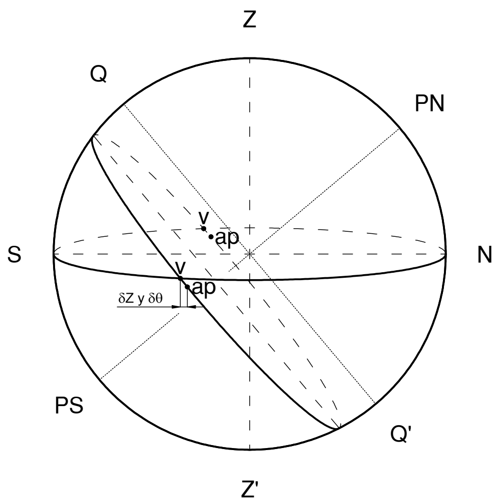
<u>Cálculo de la variación en el azimut y en la amplitud en los ortos y ocasos aparentes con respecto a los verdaderos.</u>

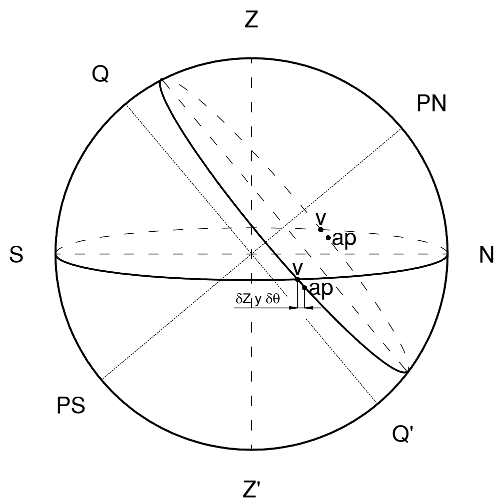
Diferenciando en (I) con respecto a la altura y el azimut y considerando la declinación constante y del valor que suministra el almanaque náutico para la salida o la puesta:

$$0 = \operatorname{sen} l.\cos a.\delta a - \cos l.\cos Z.\operatorname{sen} a.\delta a - \cos l.\cos a.\operatorname{sen} Z.\delta Z$$
$$0 = \operatorname{sen} l.1.\delta a - \cos l.\cos Z.0.\delta a - \cos l.1.\operatorname{sen} Z.\delta Z$$

$$\boxed{\delta Z = \frac{\overset{\substack{+N\\-S}}{\operatorname{tg} l}}{\underset{+}{\operatorname{sen} Z}} \cdot \overset{\substack{+ocaso\\-orto}}{\delta a}}$$

$$\boxed{Z_{\substack{orto\ ap\\ ocaso\ ap}} = Z_{\substack{orto\ v\\ ocaso\ v}} + \delta Z}$$





También:

$$\boxed{\delta\theta = \frac{|\text{tg}\, l|}{\cos\theta} \cdot |\delta a|}$$

$\delta\theta$ será a añadir a la amplitud si l y d tienen el mismo signo.
$\delta\theta$ será a restar a la amplitud si l y d tienen distinto signo.

$$\boxed{\theta_{\substack{orto\ ap \\ ocaso\ ap}} = \theta_{\substack{orto\ v \\ ocaso\ v}} + \delta\theta}$$

<u>Valores para δa para un observador al nivel del mar </u>(**para el Sol**):
(según tablas de Graiño)

Orto u ocaso aparente limbo superior (salida o puesta de sol): δa = 54’ = 0,9°
Orto u ocaso aparente limbo inferior: δa = 24’ = 0,4°

Ejemplo: Determinar el azimut y la amplitud en la puesta de sol para el ejemplo anterior:

La puesta de sol es el ocaso aparente limbo superior.

$$\delta Z = \frac{\text{tg}\, l}{\text{sen}\, Z} \cdot \delta a = \frac{\text{tg}\, 40^{\text{o}}}{\text{sen}\, 63{,}5^{\text{o}}} \times 50' = 46{,}9' = 0{,}8^{\text{o}}$$

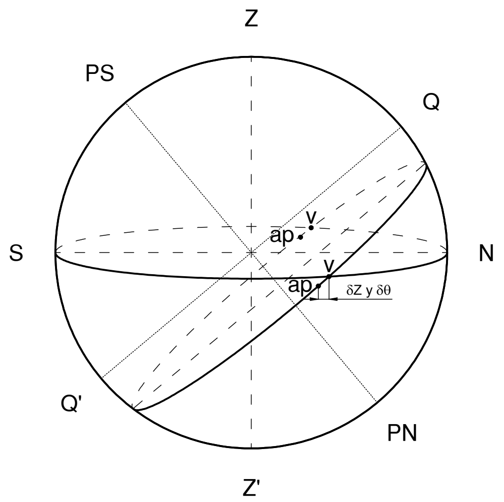
$$Z_{ocaso\ ap} = Z_{ocaso\ v} + \delta Z = \text{S } 63{,}5^{\text{o}}\text{ W} + 0{,}8^{\text{o}} = \text{S } 64{,}3^{\text{o}}\text{ W}$$

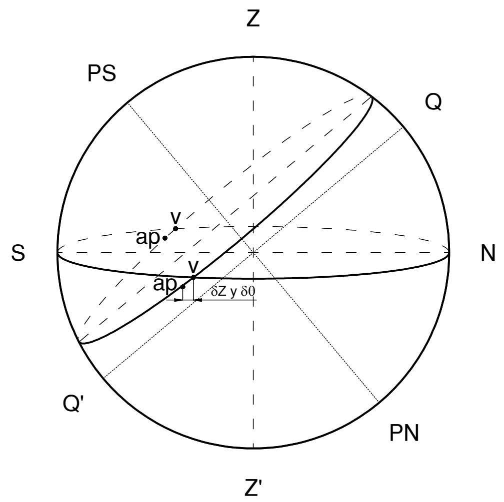
Nótese que en este caso $Z_{ocaso\ v}$ es positivo.

$$|\delta\theta| = \frac{\text{tg}\, l}{\cos\theta} \cdot \delta a = \frac{\text{tg}\, 40^{\text{o}}}{\cos 26{,}5^{\text{o}}} \times 50' = 46{,}9' = 0{,}8^{\text{o}}$$

$$\theta_{o\ ap} = \theta_{o\ v} + \delta\theta = \text{W } 26{,}5^{\text{o}}\text{S} - 0{,}8^{\text{o}} = \text{W } 25{,}7^{\text{o}}\text{S}$$

Recuérdese que la amplitud no tiene signo.





Cálculo del intervalo de tiempo entre el orto/ocaso aparente y los verdaderos. La altura es igual a cero, por lo que, usando la fórmula de la altura:

$$\operatorname{sen} a = \operatorname{sen} l.\operatorname{sen} d + \cos l.\cos d.\cos h \qquad \text{(II)}$$
$$0 = \operatorname{sen} l.\operatorname{sen} d + \cos l.\cos d.\cos h$$

$$\boxed{\cos h = -\operatorname{tg} l.\operatorname{tg} d}$$

Diferenciando en (II) con respecto a la altura y el ángulo horario y considerando la declinación constante y del valor que suministra el almanaque náutico y siendo la altura igual a cero:

$$\cos a.\delta a = -\cos l.\cos d.\operatorname{sen} h.\delta h$$

$$\delta h = \frac{-\delta a}{\cos l.\cos d.\operatorname{sen} h}$$

El triángulo de posición para esta condición es rectilátero, por lo que el sen h podrá sustituirse por:

$$\operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} Z}{\cos d}$$ *(ver final del archivo)*

$$\delta h = \frac{-\delta a}{\cos l.\operatorname{sen} Z} \qquad \delta h = \frac{-\delta a}{\cos l.\cos \theta}$$

Al ponerse la diferencia de altura en minutos de arco, el resultado también saldrá en minutos de arco. Sabiendo que el sol recorre en 60 minutos 15º de arco de ecuador, en 1 minuto recorrerá 15' de ese arco. Entonces, dividiendo el resultado entre 15, se obtendrá el **intervalo de tiempo en minutos δt**.

$$\boxed{\delta t = \frac{|\delta a|}{15 \times \cos l.\operatorname{sen} Z}} \qquad \boxed{\delta t = \frac{4 \times |\delta a|}{\cos l.\operatorname{sen} Z}}$$

$$\boxed{\delta t = \frac{|\delta a|}{15 \times \cos l.\cos \theta}} \qquad \boxed{\delta t = \frac{4 \times |\delta a|}{\cos l.\cos \theta}}$$

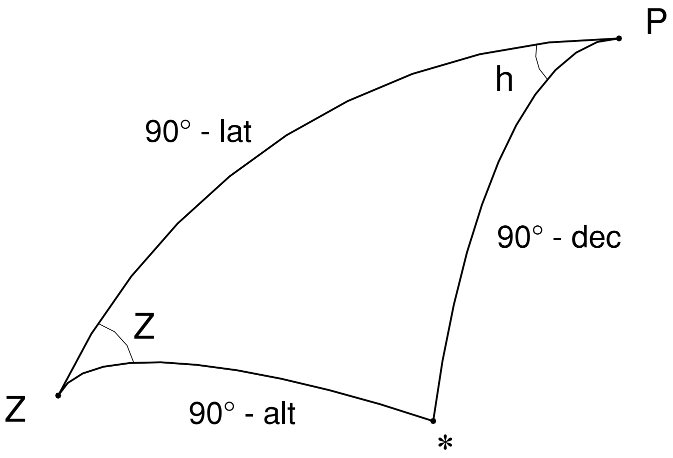
δa en minutos de arco
δt en minutos de tiempo

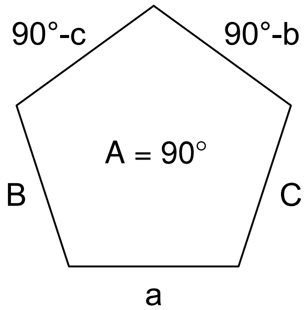
δa en grados de arco
δt en minutos de tiempo

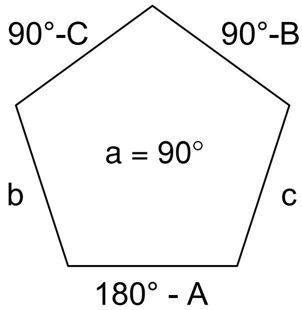
El incremento de tiempo calculado se aplicará a la hora del orto u ocaso verdadero en la lógica de que los ortos aparentes son anteriores al orto verdadero y que los ocasos aparentes son posteriores al ocaso verdadero. **Todo lo anterior está referido al Sol**. Con respecto a la **Luna**, debido a que su paralaje es grande, ocurre antes el orto verdadero que la salida (elevación del observador menor de 12 m). Para un observador con una elevación de 12 m, la salida y puesta del limbo superior de Luna coincide con el orto y ocaso verdadero.

Al horario calculado con la fórmula del coseno del horario se la aplica la longitud y se obtiene un horario en Greenwich. Con este horario se hará una entrada inversa en el almanaque náutico y se obtendrá la hora del orto u ocaso verdadero, a la que se le aplicará el δt obteniéndose la hora del instante del orto u ocaso aparente.

Triángulo de posición rectángulo y rectilátero. Pentágono de Neper como regla nemotécnica.

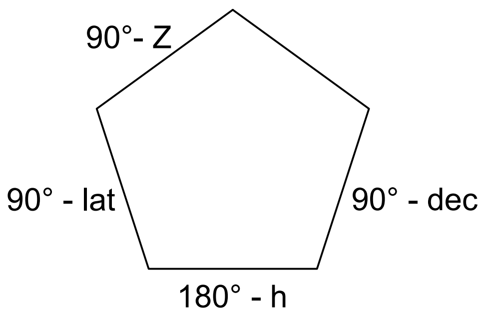






En los pentágonos:

- **El coseno de un lado es igual al producto de los senos de los lados opuestos.**
- **El coseno de un lado es igual al producto de las cotangentes de los lados adyacentes.**



$$\cos(90^{\circ} - Z) = \operatorname{sen}(90^{\circ} - dec).\operatorname{sen}(180^{\circ} - h)$$

$$\operatorname{sen} Z = \cos dec . \operatorname{sen} h$$

$$\operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} Z}{\cos dec}$$